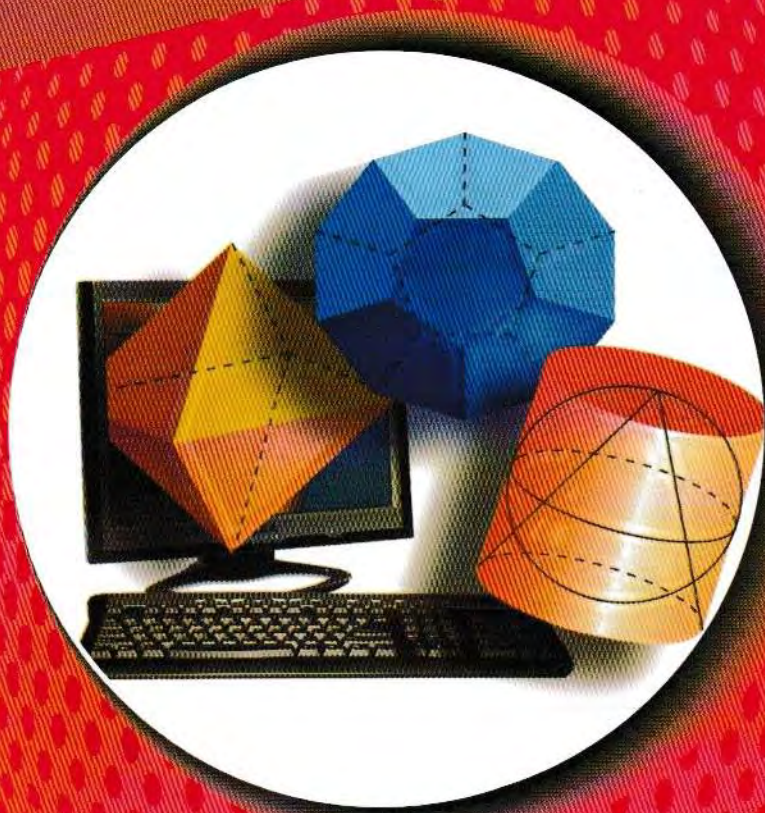


10

Prisma - Pirámide

Teoría y Práctica

G
E
O
M
E
T
R
Í
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Luis Lazo Gutierrez

FONDO EDITORIAL
ARODO

10

Prisma - Pirámide

Teoría y Práctica

GEOMETRÍA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Luis Lazo Gutierrez

FONDO EDITORIAL
RODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2015, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE GEOMETRÍA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

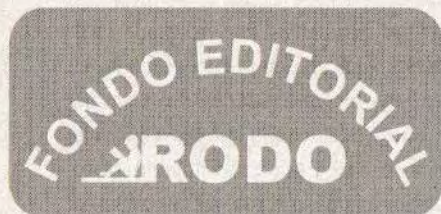
Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

PRISMA - PIRÁMIDE



GEOMETRÍA - TEMA SELECTO -10, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Diciembre 2016 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2015 - 19124

EQUIPO PEDAGÓGICO

Luis Lazo Gutiérrez

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Claudia Gisell Llosa La Serna

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

PRISMA

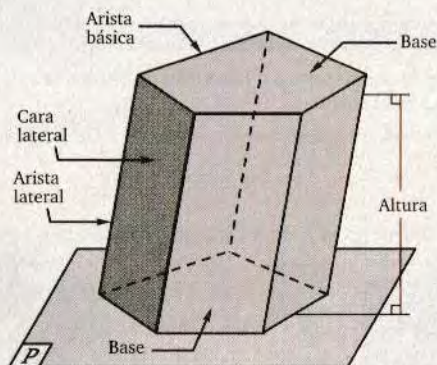
El Prisma es un poliedro en donde dos de sus caras son regiones limitadas por polígonos congruentes situados en planos paralelos, y las demás caras son regiones paralelogramáticas.

A las regiones poligonales paralelas se les llama bases del prisma, y a las regiones paralelogramáticas caras laterales. Los lados de las bases son llamadas aristas básicas, mientras que las intersecciones de las caras laterales son las aristas laterales. Todas las aristas laterales de un prisma son paralelas y congruentes.

La distancia entre los planos que contienen a las bases se llama altura del prisma.

OBSERVACIONES

1. Un prisma es recto si las aristas laterales son perpendiculares a las bases, en caso contrario será oblicuo.
2. En un prisma recto las caras laterales son regiones rectangulares.
3. Un prisma recto es regular si sus bases son regiones limitadas por polígonos regulares.
4. En todo prisma el número de lados de la base es igual al número de caras laterales.
5. Un prisma se denomina según el polígono que limita su base, así los prismas serán triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc., según que sus bases sean regiones triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.



Si: n : Es el número de lados de la base

C : Número de caras

V : Número de vértices

A : Número de aristas

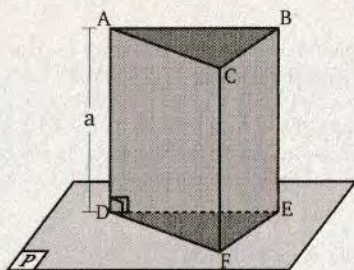
Entonces:

$$C = n + 2$$

$$V = 2n$$

$$A = 3n$$

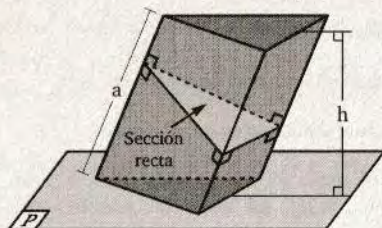
BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Prisma Recto

$$S_{\text{LATERAL}} = (\text{Perímetro de la base}) \cdot a$$

$$S_{\text{TOTAL}} = S_{\text{LATERAL}} + 2S_{\text{BASE}}$$

$$\text{Volumen} = (S_{\text{BASE}}) \cdot (\text{Altura})$$

Prisma Oblicuo

$$S_{\text{LATERAL}} = (\text{Perímetro de la sección recta}) \cdot a$$

$$S_{\text{TOTAL}} = S_{\text{LATERAL}} + 2S_{\text{BASE}}$$

$$\text{Volumen} = (S_{\text{BASE}}) \cdot (\text{Altura})$$

$$\text{Volumen} = (S_{\text{SECCIÓN RECTA}}) \cdot a$$

$$\text{Sumatoria de diedros} = 360(n - 1)$$

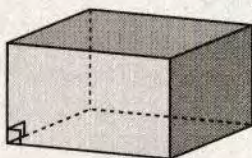
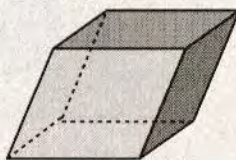
n : N° de lados de la base

NOTA

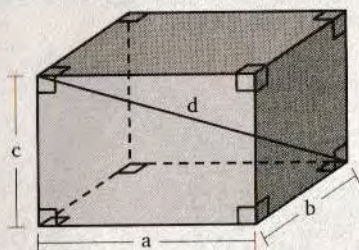
Se llama sección recta de un prisma a la sección determinada en el prisma por un plano perpendicular a las aristas laterales.

Paralelepípedo

Un paralelepípedo es un prisma cuya base es una región paralelográfica.

**Paralelepípedo Recto****Paralelepípedo Oblicuo****Paralelepípedo Rectangular, Ortoedro o Rectoedro**

Es un paralelepípedo recto cuyas bases son regiones rectangulares. En estos paralelepípedos, las seis caras son regiones rectangulares.



d : Medida de la diagonal
a, b y c : Dimensiones de rectoedro

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

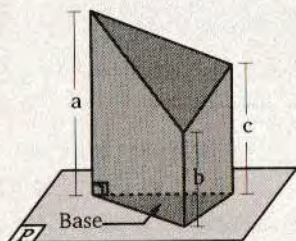
$$S_{\text{TOTAL}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$\text{Volumen} = abc$$

TRONCO DE PRISMA

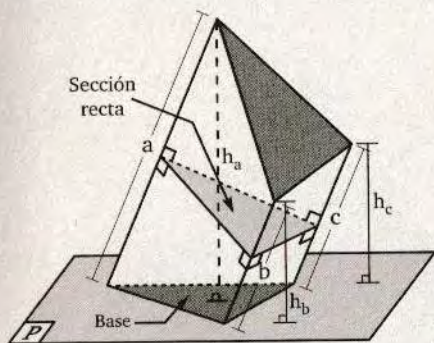
Es una porción de prisma que está comprendida entre una de sus bases y plano que no es paralelo a las bases y secante a todas sus aristas laterales.

Tronco de Prisma Triangular Recto



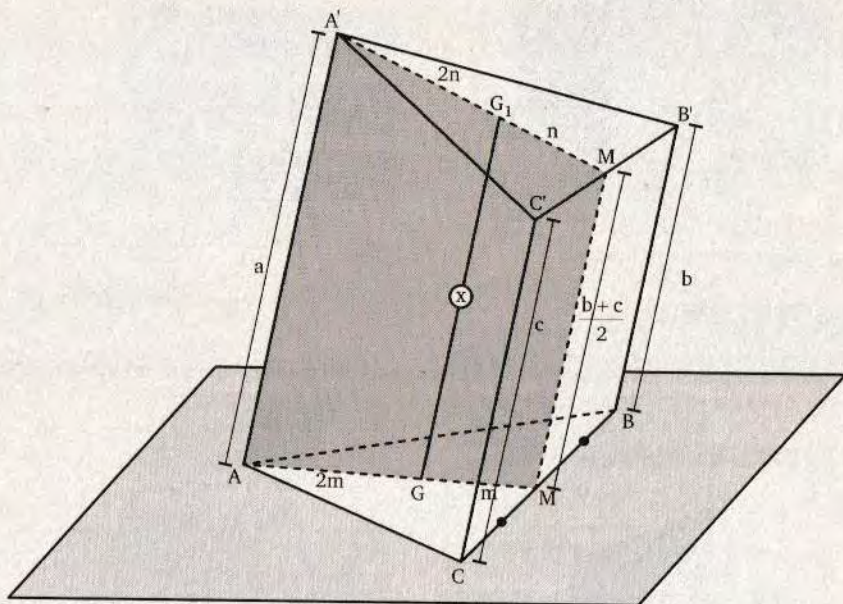
$$V_{\text{TRONCO}} = S_{\text{BASE}} \cdot \left(\frac{a + b + c}{3} \right)$$

Tronco de Prisma Triangular Oblicuo



$$V_{\text{TRONCO}} = S_{\text{SEC. RECTA}} \cdot \left(\frac{a + b + c}{3} \right)$$

$$V_{\text{TRONCO}} = S_{\text{BASE}} \cdot \left(\frac{h_a + h_b + h_c}{3} \right)$$



Por demostrar: Volumen del tronco de prisma triangular: $V_{(\text{TRONCO})} = S_{(\text{SECCIÓN RECTA})} \times GG_1$

- Sean las longitudes de las aristas laterales a ; b y c , además: $GG_1 = x$
- Se trazan las medianas de las bases $\overline{AM}$ y $\overline{A'M'}$, luego como G y G_1 son baricentros se cumple:

$$AG = 2GM = 2m, A'G_1 = 2G_1M' = 2n$$

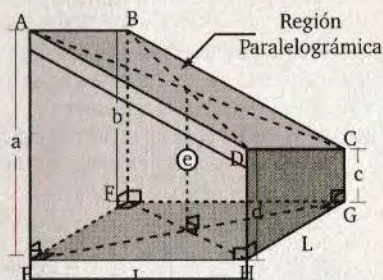
- En el trapecio CC'B'B: $MM' = \frac{b+c}{2}$
- Luego en el trapecio AA'M'M se cumple:

$$x = \frac{an + \left(\frac{b+c}{2}\right)2n}{2n+n} \rightarrow x = \frac{a+b+c}{3}$$

Luego:

$$V_{(\text{TRONCO})} = S_{(\text{SECCIÓN RECTA})} \cdot \left(\frac{a + b + c}{3} \right)$$

$$\therefore V_{(\text{TRONCO})} = S_{(\text{SECCIÓN RECTA})} \cdot GG_1$$

Tronco de Prisma Cuadrangular Regular

$$a + c = b + d$$

$$4e = a + b + c + d$$

$$S_{\text{LATERAL}} = (4L)(e)$$

$$V_{\text{TRONCO}} = (L^2)(e)$$

PIRÁMIDE

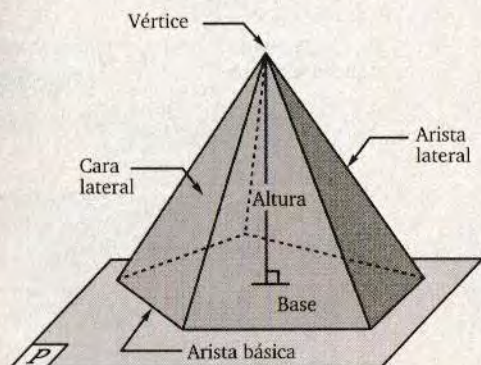
Una pirámide regular es un poliedro donde una de sus caras es una región poligonal cualquiera y las otras son regiones triangulares con un vértice común. La cara que es una región poligonal cualquiera se llama base de la pirámide, y las otras, se denominan caras laterales. El vértice común de las caras laterales es el vértice de la pirámide.

En toda pirámide los lados de la base se llaman aristas básicas y las intersecciones de las caras laterales se denominan aristas laterales.

La distancia entre el vértice y el plano de la base es la altura de la pirámide.

Una pirámide es triangular, cuadrangular, pentagonal, etc., según que su base sea una región triangular, cuadrangular, pentagonal, etc.

El volumen de cualquier pirámide es igual a la tercera parte del área de su base por la altura.



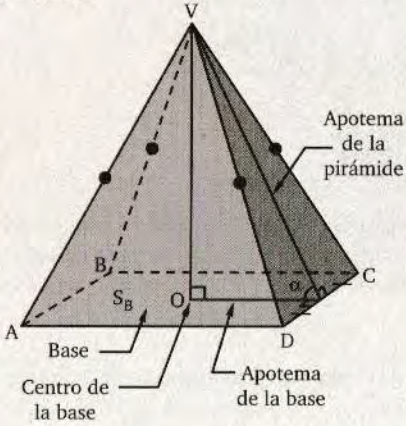
$$V_{\text{PIRÁMIDE}} = \frac{1}{3}(S_{\text{BASE}}) \cdot \text{Altura}$$

PIRÁMIDE REGULAR

Una pirámide es regular si la base es una región poligonal regular que tiene como centro el pie de la perpendicular trazada desde el vértice a la base.

Siendo la base una región poligonal regular, su centro equidista de los vértices del polígono base, y por consiguiente, las aristas laterales de la pirámide son todas congruentes. De aquí resulta que las caras laterales de una pirámide regular son regiones limitadas por triángulos isósceles congruentes.

Se llama apotema de una pirámide regular al segmento que une el vértice de la pirámide con el punto medio de cualquiera de sus aristas básicas. Este apotema no es sino la altura de una cualquiera de las caras laterales



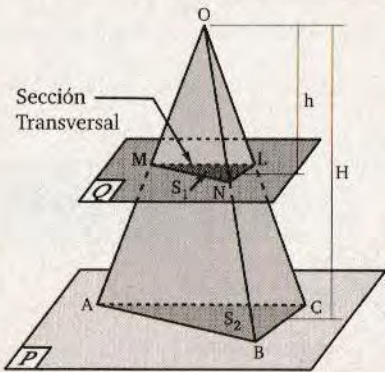
$$S_{LATERAL} = (P_{base}) \cdot A_p$$

$$S_B = S_{LATERAL} \cdot \cos \alpha$$

- Donde: $S_{LATERAL}$: Área de la superficie lateral
 A_p : Apothema de la pirámide
 P_{base} : Semiperímetro de la base
 S_B : Área de la base

PIRÁMIDES SEMEJANTES

Si en una pirámide se traza un plano paralelo a la base y secante a la superficie lateral, entonces la pirámide parcial determinada será semejante a la pirámide original, cumpliéndose que todos sus elementos homólogos son proporcionales; se cumple también que la relación de sus áreas es igual a la relación de los cuadrados de sus elementos homólogos, y la relación de sus volúmenes es igual a la relación de los cubos de sus elementos homólogos.



Si $Q \parallel P$
 $\rightarrow$ Pirámide O-MNL $\sim$ Pirámide O-ABC
Luego se cumple:

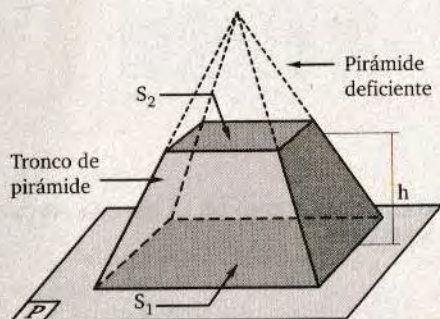
$$1. \frac{OM}{OA} = \frac{NL}{BC} = \frac{h}{H} = \dots = k$$

$$2. \frac{S_1}{S_2} = \frac{OM^2}{OA^2} = \frac{NL^2}{BC^2} = \frac{h^2}{H^2} = \dots = k^2$$

$$3. \frac{V_{(O-MNL)}}{V_{(O-ABC)}} = \frac{OM^3}{OA^3} = \frac{h^3}{H^3} = \dots = k^3$$

TRONCO DE PIRÁMIDE

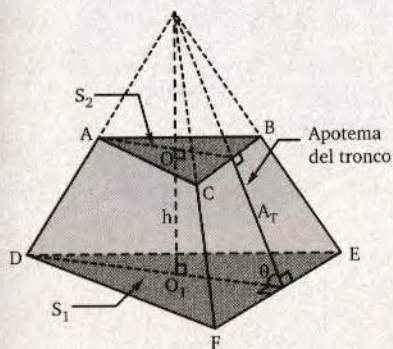
Si en una pirámide se traza un plano paralelo a su base y secante a la superficie lateral, entonces el sólido comprendido entre la base y el plano paralelo trazado se denomina tronco de pirámide.



$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$$

TRONCO DE PIRÁMIDE REGULAR

Es el tronco de pirámide cuyas bases son regiones poligonales regulares semejantes y sus caras laterales son regiones trapeciales isósceles. Las alturas de estos trapecios se llaman apotemas del tronco.



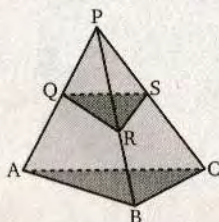
Si los semiperímetros de las bases son P_1 y P_2 :

$$S_L = (P_1 + P_2) \cdot A_T$$

$$S_1 - S_2 = S_L \times \cos \theta$$

TEOREMAS

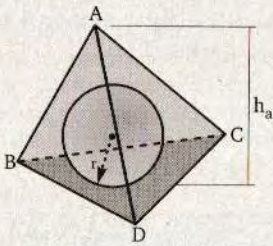
1. Para toda pirámide triangular al trazar un plano secante se cumple:



$$\frac{V_{(P-ABC)}}{V_{(P-QRS)}} = \frac{(PA)(PB)(PC)}{(PQ)(PR)(PS)}$$

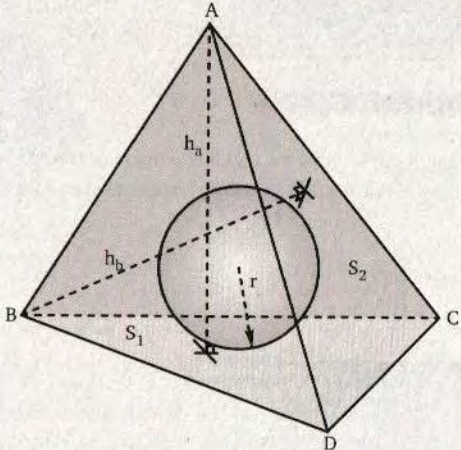
BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

2. En el tetraedro ABCD si h_a, h_b, h_c y h_d son alturas y r : radio de la esfera inscrita:



$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d} = \frac{1}{r}$$

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DEL CALCULO DEL RADIO DE LA ESFERA INSCRITA EN EL TETRAEDRO EN FUNCIÓN DE LAS ALTURAS



- Datos:
- Las longitudes de las alturas del tetraedro: h_a, h_b, h_c, h_d .
 - Radio de la esfera inscrita: r

Por demostrar:
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d} = \frac{1}{r}$$

- Sean las áreas de las caras S_1, S_2, S_3 y S_4
- Expresando el volumen (V_T) en función de las áreas y alturas.

$$V_T = \frac{S_1 \times h_a}{3} \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{S_1}{3V_T}$$

$$V_T = \frac{S_2 \times h_b}{3} \rightarrow \frac{1}{h_b} = \frac{S_2}{3V_T}$$

Análogamente:
$$\frac{1}{h_c} = \frac{S_3}{3V} \quad ; \quad \frac{1}{h_d} = \frac{S_4}{3V_T}$$

Sumando las expresiones:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}{3V_T} = \frac{S_{TOTAL}}{3V_T} \dots\dots(I)$$

Pero por teorema del poliedro circunscrito:

Sabemos que: $V_T = \frac{S_{TOTAL} \cdot r}{3} \rightarrow \frac{S_{TOTAL}}{3V_T} = \frac{1}{r} \dots\dots(II)$

Luego reemplazando (II) en (I):

$$\therefore \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d} = \frac{1}{r}$$

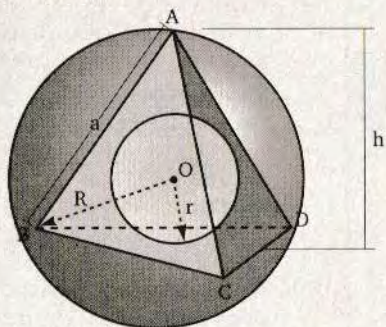
3. En un tetraedro regular de arista a:

r : radio de la esfera inscrita

R : radio de la esfera circunscrita

R_a : radio de la esfera exinscrita

h : altura

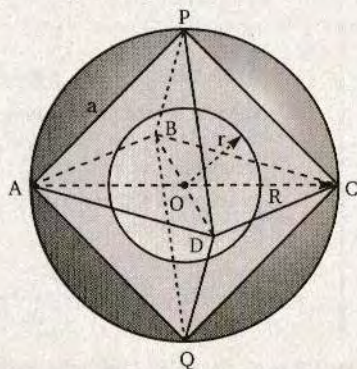


$$\frac{r}{1} = \frac{R_a}{2} = \frac{R}{3} = \frac{h}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$$

4. En un octaedro regular de arista "a"

r : radio de la esfera inscrita

R: radio de la esfera circunscrita



$$\frac{r}{1} = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$



PROBLEMAS RESUELTOS

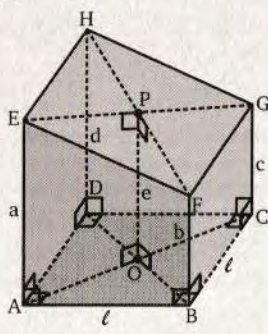
- La base de un prisma recto, es base de un tetraedro regular de arista 6cm y el área lateral del prisma es igual al área total del tetraedro. Hallar el volumen del prisma.
A) 18 cm^3 B) 27 cm^3 C) 36 cm^3
D) 48 cm^3 E) 54 cm^3
- Hallar el volumen de un prisma oblicuo triangular, sabiendo que el área de una cara lateral es 50 cm^2 y la distancia de la arista opuesta a dicha cara es 10 cm.
A) 100 cm^3 B) 200 cm^3 C) 250 cm^3
D) 300 cm^3 E) 500 cm^3
- El área de la base de un tronco de prisma recto triangular es 12 cm^2 y las aristas laterales miden 3cm, 4cm y 5cm. Hallar el volumen del sólido.
A) 24 cm^3 B) 36 cm^3 C) 48 cm^3
D) 60 cm^3 E) 72 cm^3
- Calcular el volumen de un rectoedro, sabiendo que las áreas de tres caras que tienen un vértice en común son 20 cm^2 , 15 cm^2 y 12 cm^2 .
A) 30 cm^3 B) 45 cm^3 C) 60 cm^3
D) 75 cm^3 E) 90 cm^3
- Calcular el volumen de un paralelepípedo rectángulo, sabiendo que las diagonales de las caras miden $\sqrt{34}\text{cm}$, $\sqrt{58}\text{cm}$, $\sqrt{74}\text{cm}$.
A) 60 cm^3 B) 75 cm^3 C) 90 cm^3
D) 105 cm^3 E) 120 cm^3
- En un cubo compacto ABCD - EFGH. Una hormiga parte de B en busca de su comida en H. Calcular la longitud del menor camino de dicha hormiga si la arista del cubo mide 2cm.
A) 4cm B) 5cm C) 6cm
D) $2\sqrt{5}\text{cm}$ E) $4\sqrt{5}\text{cm}$
- La arista de cubo ABCD - EFGH mide 2cm. Calcular el área de la región triangular EBG.
A) $2\sqrt{3}\text{cm}^2$ B) $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ C) $4\sqrt{3}\text{cm}^2$
D) $2\sqrt{2}\text{cm}^2$ E) $3\sqrt{2}\text{cm}^2$
- Las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo son a, b y c; el área total de su superficie es 94cm^2 y la diagonal mide $5\sqrt{2}\text{cm}$. Calcular $(a+b+c)$.
A) 13 cm B) 11 cm C) 10 cm
D) 12 cm E) 15 cm
- Calcular el volumen de un prisma regular hexagonal, sabiendo que la altura mide 5cm y el área de su superficie lateral es 60cm^2 .
A) $20\sqrt{3}\text{cm}^3$ B) $25\sqrt{3}\text{cm}^3$
C) $30\sqrt{3}\text{cm}^3$
D) $35\sqrt{3}\text{cm}^3$ E) $40\sqrt{3}\text{cm}^3$
- Calcular la medida de la mayor arista básica de un paralelepípedo rectángulo de 6cm de altura, área total igual a 432 cm^2 y su volumen es 576 cm^3 .
A) 10 cm B) 12 cm C) 15 cm
D) 18 cm E) 20 cm

11. En un paralelepípedo rectángulo, el área de la base es 60 cm^2 , la suma de las medidas de todas las aristas es 96 cm y la suma de los cuadrados de las 3 dimensiones es 200 cm^2 . Calcular la medida de la altura del paralelepípedo.
- A) 5 cm B) 6 cm C) 8 cm
D) 9 cm E) 10 cm
12. Calcular el volumen de una pirámide regular cuadrangular cuya arista básica mide 10 cm y el apotema mide 13 cm .
- A) 300 cm^3 B) 400 cm^3 C) 500 cm^3
D) 600 cm^3 E) 650 cm^3
13. Calcular el volumen de una pirámide regular hexagonal cuya arista básica mide 2 cm y la arista mide $2\sqrt{37} \text{ cm}$.
- A) $16\sqrt{3} \text{ cm}^3$ B) $20\sqrt{3} \text{ cm}^3$
C) $24\sqrt{3} \text{ cm}^3$
D) $30\sqrt{2} \text{ cm}^3$ E) $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$
14. El radio de la circunferencia circunscrita a la base de una pirámide de base cuadrada mide 4 cm . Calcular el apotema de la pirámide sabiendo que su arista lateral mide 8 cm .
- A) $2\sqrt{13} \text{ cm}$ B) $2\sqrt{14} \text{ cm}$
C) $2\sqrt{15} \text{ cm}$
D) $2\sqrt{17} \text{ cm}$ E) $2\sqrt{19} \text{ cm}$
15. Hallar el área total de una pirámide regular de 8 cm de altura. Si su base es cuadrada y sus caras laterales regiones triangulares equiláteras.
- A) $128(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$
B) $144(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$
C) $144(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$
D) $128(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$
E) 128 cm^2
16. El volumen de una pirámide hexagonal regular, cuya arista lateral mide 6 cm y esta forma un ángulo de 30° con la base, es:
- A) 35.1 cm^3 B) 40.1 cm^3
C) 55.1 cm^3
D) 70.1 cm^3 E) 75.1 cm^3
17. Hallar el área de la sección generada en un tetraedro regular cuya arista mide 10 cm , por un plano de simetría que pasa por una de las aristas.
- A) $25\sqrt{2} \text{ cm}^2$ B) $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$
C) $75\sqrt{2} \text{ cm}^2$
D) $15\sqrt{2} \text{ cm}^2$ E) $20\sqrt{2} \text{ cm}^2$
18. A qué distancia del vértice de una pirámide de 2 cm de altura debe trazarse un plano paralelo a la base para que la pirámide quede dividida en dos sólidos de volúmenes equivalentes.
- A) $\sqrt{2} \text{ cm}$ B) $\sqrt[3]{4} \text{ cm}$ C) $\sqrt{3} \text{ cm}$
D) $\sqrt[3]{6} \text{ cm}$ E) 1 cm
19. El volumen de un tronco de pirámide cuadrangular regular es 74 cm^3 . Si su altura mide 6 cm , y el área de una de sus bases es 16 cm^2 . ¿Cuál es el área de la otra base?
- A) 3 cm^2 B) 6 cm^2 C) 8 cm^2
D) 9 cm^2 E) 4 cm^2

20. Determinar la relación que existe entre el volumen de un cubo y el volumen de un octaedro regular, cuyos vértices están situados en los centros de cada una de las caras del cubo.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

21. El gráfico muestra un tronco de prisma recto cuadrangular regular, de mostrar que:



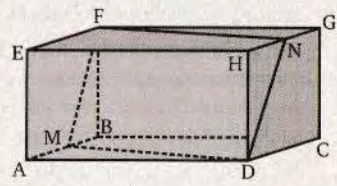
- I) $a + c = b + d = e$
II) $S_l = 4\ell e$

Donde:

S_l = área de la superficie lateral del tronco.

AE = a DH = d
BF = b OP = e
CG = c AB = ℓ

22. En la figura, ABCD - EFGH es un paralelepípedo rectángulo, M y N son puntos medios. Si $ND = FM = \sqrt{5}$ cm y $AD = 2HD = 4HN$. Hallar la longitud de la diagonal de dicho sólido.

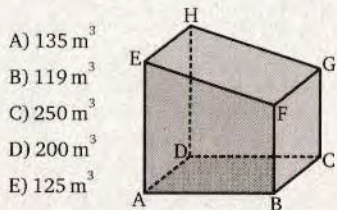


A) $3\sqrt{5}$ cm B) $2\sqrt{3}$ cm C) $3\sqrt{2}$ cm
D) $4\sqrt{2}$ cm E) $\sqrt{3}$ cm

23. Si el volumen de un exaedro regular es $81\sqrt{3}$ cm², hallar la distancia de cualquiera de sus vértices a una diagonal del exaedro.

A) $2\sqrt{2}$ cm B) $2\sqrt{3}$ cm C) $3\sqrt{2}$ cm
D) $4\sqrt{2}$ cm E) $3\sqrt{3}$ cm

24. En la figura, ABCD-EFGH es un tronco de prisma cuadrangular regular, AB=3cm, DH= 8cm y el área de su superficie lateral es 72 cm². Hallar BE.



A) 135 m³
B) 119 m³
C) 250 m³
D) 200 m³
E) 125 m³

25. La altura de un prisma oblicuo mide $6\sqrt{3}$ cm, las aristas laterales determinan ángulos de 60° con la base y la sección recta es un hexágono regular de $48\sqrt{3}$ cm² de área. Hallar el área de la superficie lateral.

A) $260\sqrt{2}$ cm² B) $250\sqrt{2}$ cm²
C) $288\sqrt{2}$ cm²
D) $320\sqrt{2}$ cm² E) $300\sqrt{2}$ cm²

26. Las tres dimensiones de un paralelepípedo rectángulo están en progresión aritmética. Si la suma de estas dimensiones es 12 m y la diferencia de la mayor con la menor es 4m, hallar el área de la superficie total.

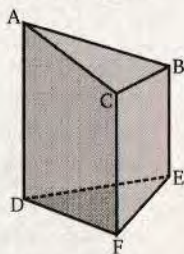
A) 78 m^2 B) 98 m^2 C) 84 m^2
D) 7 m^2 E) 88 m^2

27. En un prisma cuadrangular oblicuo, el área de la base es 5 m^2 y sus aristas laterales están inclinadas 53° respecto al plano de la base. Hallar el área de la sección recta del prisma.

A) 4 m^2 B) 5 m^2 C) 2 m^2
D) 6 m^2 E) 3 m^2

28. En la figura, ACFD es un cuadrado, ABED y CBEF son trapecios isósceles. Si $AD = 2BE = 10 \text{ m}$ y la distancia de BE al plano del cuadrado es 3 m, hallar el volumen del tronco ABC - DEF.

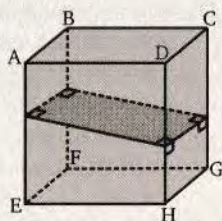
A) 135 m^3
B) 119 m^3
C) 250 m^3
D) 200 m^3
E) 125 m^3



29. En la figura, ABCD-EFGH es un exaedro regular. Si el área de la región sombreada es $3\sqrt{10} \text{ cm}^2$ y el plano de la región sombreada determina con la base del exaedro un diedro de $\frac{37^\circ}{2}$.

Hallar el área de la superficie lateral del exaedro.

A) 30 m^2
B) 27 m^2
C) 32 m^2
D) 40 m^2
E) 36 m^2

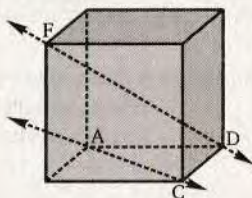


30. En un paralelepípedo rectángulo, las aristas laterales miden 5m, el área de la base es 48 m^2 y la diagonal del sólido mide $5\sqrt{5} \text{ m}$. Hallar el área de la superficie lateral.

A) 120 m^2 B) 140 m^2 C) 150 m^2
D) 100 m^2 E) 160 m^2

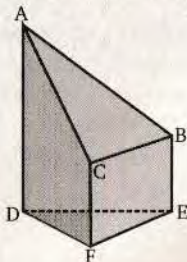
31. En la figura, la distancia entre $\overline{AC}$ y $\overline{FD}$ es 2 m. Hallar el área de la superficie total del exaedro regular.

A) 136 m^2
B) 144 m^2
C) 150 m^2
D) 156 m^2
E) 140 m^2



32. En la figura, ABC-DEF es un tronco de prisma regular, $BE = CF = FE = 2 \text{ m}$, $\angle DCA = 90^\circ$ y $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$. Hallar el área de la superficie lateral de dicho tronco.

A) 14 m^2
B) $12\sqrt{3} \text{ m}^2$
C) 16 m^2
D) $14\sqrt{2} \text{ m}^2$
E) 18 m^2



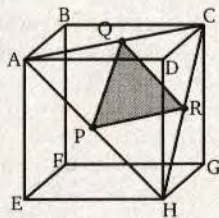
33. En un prisma oblicuo, la sección recta es una región triangular circunscrita a una circunferencia de 6 cm de radio y el área de la superficie lateral del sólido es 300 cm^2 . Hallar el volumen del sólido.

A) 910 cm^3 B) 860 cm^3 C) 890 cm^3
D) 900 cm^3 E) 920 cm^3

34. En un tronco de prisma triangular regular el lado de la base mide $4\sqrt{3}\text{ m}$, las longitudes de sus aristas laterales están en progresión geométrica de razón $\frac{3}{4}$, siendo la de mayor longitud igual a la medida de la arista de la base. Hallar el volumen del tronco de prisma.

A) 115 m^3 B) 112 m^3 C) 118 m^3
D) 111 m^3 E) 110 m^3

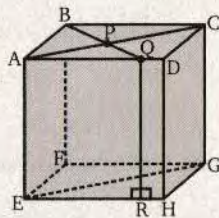
35. En la figura, ABCD-EFGH es un cubo. Si $AQ=QC$, $CR=HR$, $AP=PH$ y el área de la región sombreada es $2\sqrt{3}\text{ cm}^2$, hallar el área de la superficie total del cubo.



A) 64 cm^2 B) 72 cm^2
C) 96 cm^2
D) 84 cm^2 E) 92 cm^2

36. En la figura, ABCD - EFGH es un exaedro regular. Si $AQ = \frac{8}{3}\text{ m}$ y $BP = 3PQ$, hallar el volumen del prisma AQC - ERG.

A) $\frac{256}{3}\text{ m}^3$
B) $\frac{263}{3}\text{ m}^3$
C) $\frac{271}{3}\text{ m}^3$
D) $\frac{251}{3}\text{ m}^3$
E) $\frac{241}{3}\text{ m}^3$



37. El volumen de un paralelepípedo rectángulo es 576 cm^3 , el área de su superficie total es 432 cm^2 y la altura mide 6 cm. Hallar la suma de sus dimensiones.

A) 27 cm B) 23 cm C) 24 cm
D) 25 cm E) 26 cm

38. La sección recta de un prisma oblicuo es un trapecio rectangular cuya altura mide 4 m y las bases, 2 m y 7 m. Si la altura del prisma mide 8 m y las aristas laterales están inclinadas 53° respecto al plano de la base, hallar el volumen del prisma.

A) 175 m^3 B) 180 m^3 C) 181 m^3
D) 194 m^3 E) 185 m^3

39. En un prisma cuadrangular regular, la longitud de la diagonal es el doble de la longitud de la diagonal de la base y el área de la superficie lateral es $8\sqrt{6}m^2$. Hallar la longitud de la diagonal del prisma.

A) 2m B) 3m C) $2\sqrt{2}m$
D) $3\sqrt{2}m$ E) 4m

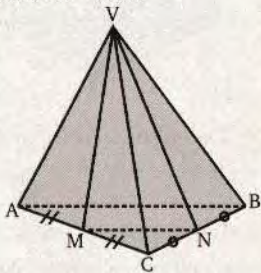
40. En una pirámide triangular que tiene un triedro trirectángulo, las aristas que determinan el triedro miden 8 m, 6 m y 8 m, hallar el volumen de la pirámide.

A) $54m^3$ B) $64m^3$ C) $84m^3$
D) $74m^3$ E) $48m^3$

41. El área de la superficie total de una pirámide cuadrangular regular es $624cm^2$ y la medida de su apotema es 20 cm, hallar el perímetro de la base.

A) 49 cm B) 46 cm C) 48 cm
D) 50 cm E) 52 cm

42. En la figura, V-ABC es un tetraedro de arista $\sqrt{6}m$. Hallar el volumen de la pirámide V-MNC.



A) $\frac{3}{2}\sqrt{3}m^3$ B) $3\sqrt{3}m^3$ C) $4\sqrt{3}m^3$
D) $2\sqrt{3}m^3$ E) $\frac{1}{4}\sqrt{3}m^3$

43. El área de la superficie lateral de una pirámide cuadrangular regular es $720cm^2$ y la medida del ángulo diedro que determina una cara lateral con la base es 37° . Hallar la distancia del centro de la base a una cara lateral.

A) 7,8 cm B) 6,7 cm C) 7,2 cm
D) 7 cm E) 7,6 cm

44. La altura de una pirámide cuadrangular regular mide $\sqrt{21}cm$ y el radio de la circunferencia inscrita en su base mide 2cm. Hallar el área total del sólido

A) $60cm^2$ B) $64cm^2$ C) $58cm^2$
D) $56cm^2$ E) $52cm^2$

45. En una pirámide triangular P-ABC,

$$PA = PB = PC = \frac{\sqrt{545}}{2}cm, AC = 17cm$$

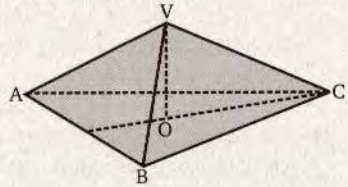
$\widehat{ABC} = 90^\circ$. Hallar el volumen de la pirámide.

A) $140cm^3$ B) $160cm^3$ C) $158cm^3$
D) $164cm^3$ E) $\frac{160}{3}cm^3$

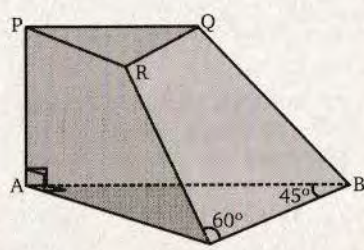
46. En una pirámide V-ABC, el pie de su altura coincide con el incentro del triángulo ABC. Si $AB = 8m$, $BC = 15m$, $AC = 17m$ y $VA = \sqrt{70}m$. Hallar el volumen de la pirámide.

A) $116m^3$ B) $120m^3$ C) $124m^3$
D) $132m^3$ E) $136m^3$

47. En la figura, $\overline{VO}$ es altura de la pirámide $V-ABC$, $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$ y $VO = 3\text{ cm}$. Si el punto O es incentro del triángulo ABC , hallar el área de la superficie lateral de la pirámide.



- A) 40 cm^2 B) 45 cm^2 C) 50 cm^2
D) 55 cm^2 E) 60 cm^2
48. En la figura, $RPQ-CAB$ es un tronco de pirámide. Si $PQ = 2\text{ m}$ y $AC = 6\text{ m}$, hallar el volumen del tronco de pirámide.



- A) $\frac{98}{3}\text{ m}^3$ B) $\frac{106}{3}\text{ m}^3$ C) $\frac{97}{3}\text{ m}^3$
D) $\frac{110}{3}\text{ m}^3$ E) $\frac{104}{3}\text{ m}^3$
49. Si el volumen del tetraedro regular que se determina al unir cuatro de los vértices de un cubo es 10 m^2 . Hallar el volumen del cubo.

- A) 25 m^3 B) 20 m^3 C) 30 m^3
D) 40 m^3 E) 35 m^3

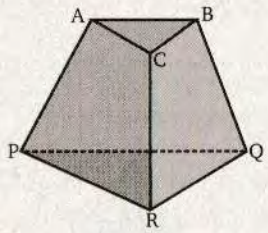
50. En una pirámide $M-ABC$, las caras laterales determinan diedros de 45° con la base. Si $AB=8\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$ y $AC=12\text{ cm}$, hallar el volumen de la pirámide.

- A) 33 cm^3 B) 34 cm^3 C) 35 cm^3
D) 36 cm^3 E) 32 cm^3

51. En una pirámide triangular regular, se pueden inscribir en sus caras laterales circunferencias de 3 m de radio y en la base otra de 2 m de radio. Hallar el área de la superficie lateral.

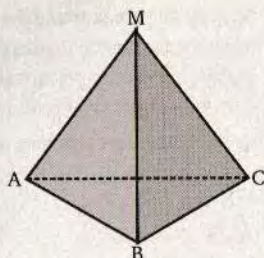
- A) $144\sqrt{3}\text{ m}^2$ B) $136\sqrt{3}\text{ m}^2$
C) $144\sqrt{2}\text{ m}^3$
D) $136\sqrt{2}\text{ m}^2$ E) $124\sqrt{3}\text{ m}^2$

52. En la figura, $ABC-PQR$ es un tronco de pirámide regular. Si la altura del tronco mide 3 m , $AB = 2\text{ m}$ y $PQ = 8\text{ m}$, hallar el volumen del sólido $AB-PQR$.



- A) $23\sqrt{3}\text{ m}^3$ B) $20\sqrt{3}\text{ m}^3$ C) $20\sqrt{2}\text{ m}^3$
D) $28\sqrt{2}\text{ m}^3$ E) $18\sqrt{3}\text{ m}^3$

53. En la figura, las aristas $\overline{MA}$, $\overline{MB}$ y $\overline{MC}$ son perpendiculares entre si, $AB=5\text{ cm}$, $BC=\sqrt{34}\text{ cm}$ y $AC=\sqrt{41}\text{ cm}$. Hallar el volumen de la pirámide.



- A) 7 cm^3 B) 10 cm^3 C) 12 cm^3
D) 8 cm^3 E) 9 cm^3

54. En una pirámide triangular, la altura mide 3 m , la sección plana paralela a la base determina dos sólidos cuya razón de sus volúmenes es $\frac{8}{19}$. Hallar la distancia del vértice a la sección plana.

- A) $0,5 \text{ m}$ B) 1 m C) $1,5 \text{ m}$
D) 2 m E) $2,5 \text{ m}$

55. Dado un tetraedro regular $O - ABC$ de volumen V , una sección plana, pasa por los puntos M de $\overline{OA}$, N de $\overline{OC}$ y el vértice B . Si $AO = 3MO$ y $CO = 3NO$, hallar la relación de los volúmenes de los sólidos parciales determinados.

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{8}$

56. En un cubo $ABCD - EFGH$, sea O el centro de la cara $ABCD$ y M un punto de $\overline{CG}$. Calcule la $m\angle BOM$.

- A) 60° B) 80° C) 90°
D) 70° E) 50°

57. En un prisma cuadrangular regular $ABCD - EFGH$, O es el centro de la base $ABCD$. Si $(DG)^2 - (EO)^2 = 4u^2$, calcule el área de su base.

- A) $6u^2$ B) $8u^2$ C) $4u^2$
D) $10u^2$ E) $9u^2$

58. Se tiene una pirámide regular $V - ABCD$ cuya altura y una diagonal de base tienen igual longitud y el radio de la circunferencia inscrita en la base mide $3\sqrt{2} \text{ cm}$. Calcule el volumen de la pirámide.

- A) 72 cm^3 B) 100 cm^3 C) 150 cm^3
D) 200 cm^3 E) 288 cm^3

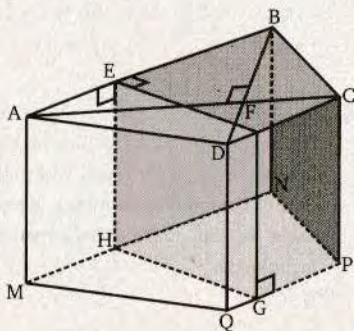
59. En un pirámide cuadrangular regular $V - ABCD$, si $m\angle AVB = 37^\circ$ y la distancia del vértice de dicha pirámide al baricentro de una de las caras laterales es $6u$. Calcule el volumen de dicha pirámide.

- A) $72\sqrt{2}u^3$ B) $70\sqrt{2}u^3$ C) $60\sqrt{2}u^3$
D) $50\sqrt{2}u^3$ E) $80\sqrt{2}u^3$

60. En una pirámide hexagonal regular $V - ABCDEF$, se ubican los puntos medios M , N y P de las aristas $\overline{AF}$, $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$. Calcule la razón de volúmenes de las pirámides $V - MNP$ y $V - ABCDEF$.

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{8}{7}$ C) $\frac{8}{5}$
D) $\frac{8}{9}$ E) 8

61. Sean $ABCD-MNPQ$ un prisma recto cuya base es un trapecio isósceles ($\overline{AB} // \overline{DC}$). Si $\triangle ABCD \cong \triangle EFGH$, $AB=6$ y $DC=2$, calcule el volumen de dicho prisma.



- A) 32 B) 36 C) 42
D) 48 E) 64
62. En una pirámide cuadrangular regular, el área de la superficie lateral es numéricamente igual a su volumen. Calcule la distancia del centro de la base hacia una cara.
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
63. Un hexaedro regular se intersecta por un plano que pasa por una de sus diagonales. Si la arista del hexaedro mide K , Calcule el área mínima de la sección determinada.

- A) $\frac{k^2\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{k^2\sqrt{7}}{2}$ C) $k^3\sqrt{2}$
D) $\frac{k^2\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{k^2\sqrt{10}}{2}$

64. Se tiene un prisma triangular regular, tales que las diagonales de dos caras laterales se cruzan ortogonalmente y cuya longitud de una de ellas es $\sqrt{6}\text{cm}$. Halle el volumen del prisma (en cm^3).

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

65. Se tiene un prisma regular $ABC-A'B'C'$. P es un punto de la arista $\overline{BC}$ de modo que $\frac{CP}{PB} = \frac{1}{3}$ y Q es el punto medio de

$\overline{BC}$. El plano (APQ) intersecta a la arista $\overline{A'B'}$ en un punto R. Halle la razón $\frac{A'R}{RB'}$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) 1

66. En un prisma triangular regular $ABC-A'B'C'$ con todas sus aristas congruentes, se ubica el punto M en la prolongación de $\overline{AB}$ de modo que $AM=2BM$. Si F es el punto medio de $\overline{AC}$, calcule la medida del ángulo diedro determinado por los planos $MB'F$ y ABC .

- A) $\text{Arc tan } \frac{\sqrt{39}}{2}$ B) $\text{Arc tan } \left(\frac{26}{39} \sqrt{39} \right)$
C) $\text{Arc tan } \left(\frac{\sqrt{39}}{2} \right)$
D) $\text{Arc tan } \left(\frac{2}{3} \right)$ E) $\text{Arc tan } \left(\frac{\sqrt{39}}{39} \right)$

67. En un tronco de prisma recto de base triangular, sus aristas laterales miden $AA'=3$, $OO'=6$, $BB'=2$. Si la base perpendicular a las aristas laterales AOB , es una región equilátera. El plano de la base $A'O'B'$ interseca a las prolongaciones de $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ en M y N respectivamente. Si $MN = 4\sqrt{13}$, calcule el volumen del tronco de prisma recto, $AOB-A'O'B'$.

A) $50\sqrt{3}$ B) $\frac{157}{3}\sqrt{3}$ C) $\frac{176}{3}\sqrt{3}$
D) $\frac{184}{3}\sqrt{3}$ E) $\frac{191}{3}\sqrt{3}$

68. En un prisma oblicuo $ABCD - EFGH$, la $m\angle ABE = 90^\circ$, la $m\angle BAD = m\angle ADC = 60^\circ$, $2BC = AB = 6$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $m\angle EAB = m\angle EAD = 60^\circ$. Calcule su volumen.

A) $120\sqrt{7}$ B) $150\sqrt{5}$ C) $216\sqrt{2}$
D) $64\sqrt{3}$ E) 400

69. $ABCD-EFGH$ es un prisma de base regular, se traza un plano secante que interseca a las aristas $\overline{DH}$, $\overline{AE}$ y $\overline{BF}$ en los puntos P , Q y R respectivamente.

Si $AQ = QE$, $\frac{DP}{PH} = \frac{1}{3} = \frac{BR}{RF}$ y $2(EH) = EA = 4m$

entonces determine el área de la superficie lateral del menor tronco de prisma (en m^2).

A) 8 B) 6 C) 9
D) 7 E) 5

70. En un cubo $ABCD - EFGH$ de arista a , si N es punto medio de $\overline{AE}$ y $M \in \overline{CG}$ tal que $GM = \frac{1}{3}BC$, entonces el volumen del tronco de prisma triangular $NBM-EFG$ es:

A) $\frac{7}{6}a^3$ B) $\frac{11}{36}a^3$ C) $\frac{13}{36}a^3$
D) $\frac{9}{36}a^3$ E) $\frac{10}{36}a^3$

71. En un prisma triangular recto $ABC-A'B'C'$ se ubican los puntos M , N y P sobre $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ y $\overline{CC'}$ respectivamente de manera que $AM = 2MA'$ y $BN = PC'$. Si el volumen del prisma es $9m^3$, entonces el volumen del prisma $ABC-MNP$ (en m^3) es:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

72. Se tiene un tronco de paralelepípedo oblicuo, cuyas áreas de dos caras laterales opuestas son S_1 y S_2 y la longitud de su distancia entre ellas es d . Calcule el volumen del tronco.

A) $d(S_1 + S_2)$ B) $\frac{d}{2}(S_1 + S_2)$
C) $\frac{d}{3}(S_1 + S_2)$
D) $\frac{d}{4}(S_1 + S_2)$ E) $\frac{d}{5}(S_1 + S_2)$

73. Un sólido está limitado por una región rectangular $ABCD$, dos regiones triangulares equiláteras ABE y CDF inclinadas 60° con respecto a la región rectangular y las dos regiones trapeciales $AEFD$ y $BEFC$.

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Si $AB = 4\sqrt{3}$ y $BC=8$, calcular el volumen del sólido (en u^3).

- A) 160 B) 162 C) 164
D) 172 E) 108

74. En un tronco de prisma recto $ABC-A'B'C'$, ABC es la base menor, $AB=BC=4$. El plano $A'B'C'$ intercepta entonces a las prolongaciones de $\overline{BA}$ y $\overline{BC}$ en E y F respectivamente. Si $AE=2$, $FC=1$. Halle la relación entre los volúmenes de los troncos del prisma dado respecto a $B'-EBF$.

- A) $\frac{170}{87}$ B) $\frac{175}{88}$ C) $\frac{180}{89}$
D) $\frac{184}{225}$ E) $\frac{190}{79}$

75. Se tiene una pirámide regular $P-ABCD$, se traza la base media $\overline{EF}$ de la cara lateral PDC ($E \in \overline{PD}$). Si las aristas laterales de la pirámide son congruentes a las aristas de la base y su longitud es L , halle el volumen del sólido $EF-ABCD$.

- A) $\frac{5\sqrt{2}}{48}L^3$ B) $\frac{5\sqrt{2}}{24}L^3$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{40}L^3$
D) $\frac{5\sqrt{3}}{48}L^3$ E) $\frac{2\sqrt{8}}{48}L^3$

76. Calcule la altura de una pirámide regular cuadrangular, si el punto medio de la altura dista de una cara lateral y de una arista lateral $3u$ y $4u$ respectivamente (en u).

- A) $9\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 12
D) $12\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{3}$

77. En una pirámide $V-ABC$, $\overline{VA}$ determina con el plano $\mathcal{P}$ que contiene a ABC un ángulo de 45° y $AB=AC$, $VB=VC$, el ángulo diedro $\overline{BC}$ mide α . Si el cuadrado de la distancia de V a $\mathcal{P}$ multiplicado por la longitud de $\overline{BC}$ es 60, calcule el volumen del sólido piramidal cuyo vértice es V y cuya base es la proyección de la cara VBC sobre $\mathcal{P}$.

- A) $\cot \alpha$ B) $\frac{3}{\tan \alpha}$ C) $\frac{4}{\tan \alpha}$
D) $\frac{5}{\tan \alpha}$ E) $\frac{10}{\tan \alpha}$

78. En una pirámide $O-ABC$, en sus aristas laterales $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$ se ubican los puntos D , L y M , tal que, $OD=4$, $DA=6$, $OM=8$, $MC=2$, $OL=6$ y $LB=3$. El plano DLM interseca a las rectas AB y AC en E y F . Halle la relación entre los volúmenes de las pirámides $O-ABC$ y $D-AEF$.

- A) $\frac{25}{27}$ B) $\frac{52}{27}$ C) $\frac{55}{27}$
D) $\frac{58}{27}$ E) $\frac{59}{27}$

79. En la pirámide $O-ABCD$ regular, la $m\angle AOB = 33,75^\circ$ y la arista $\overline{OA}$ mide $8u$. Calcule el mínimo recorrido que debe ejecutar una hormiga que partiendo de A se desplaza sobre la superficie lateral hasta llegar al punto medio de $\overline{OA}$ (en u).

- A) $4\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ B) $4\sqrt{4+2\sqrt{2}}$
C) $4\sqrt{5+\sqrt{2}}$
D) $4\sqrt{5-\sqrt{2}}$ E) $4\sqrt{5+3\sqrt{2}}$

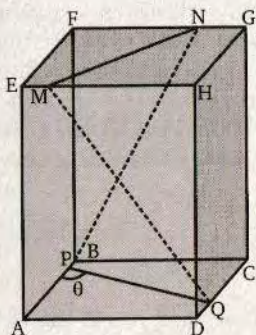
80. Dado un tetraedro regular S-ABC de volumen V , por S se trazan rectas perpendiculares a las caras del común, estas rectas intersectan al tetraedro que tienen a S como vértice plano ABC en A', B' y C'. Entonces el volumen del S-A'B'C' es:

A) $6V$ B) $8V$ C) $12V$
D) $16V$ E) $20V$

81. El lado de la base de una pirámide triangular regular mide a . La longitud de la altura trazada desde el vértice de la base hasta la cara lateral opuesta es b unidades. Entonces, el volumen del sólido limitado por la pirámide triangular regular es:

A) $\frac{a^3b}{8\sqrt{3a^2-4b^2}}$ B) $\frac{ab^3}{6\sqrt{3a^2-4b^2}}$
C) $\frac{12\sqrt{3a^2-4b^2}}{a^3b}$ D) $\frac{a^3b}{6\sqrt{3a^2-4b^2}}$
E) $\frac{12\sqrt{3a^2-4b^2}}{a^3b}$

82. En el prisma regular ABCD-EFGH, $MN=a$, $MQ=b$ y $NP=c$, calcule la medida del ángulo que determinan $\overline{MQ}$ y $\overline{NP}$



A) $\arccos \left(\frac{b^2 + c^2 - 2a^2}{2bc} \right)$

B) $\arcsen \left(\frac{b^2 + c^2 - 2a^2}{2bc} \right)$

C) $\arctan \left(\frac{a^2 + b^2 - 2c^2}{2bc} \right)$

D) $\arccos \left(\frac{a^2 + c^2 - 2b^2}{2ac} \right)$

E) $\arccos \left(\frac{b^2 + a^2 - 2c^2}{2ac} \right)$

83. En un prisma triangular regular ABC-A'B'C', el plano determinado por los puntos A, C y G determinan en el prisma una sección de área S (G es centro de la cara AA'B'B'). Calcule el volumen de dicho sólido si $BB' = AB$.

A) $\frac{2\sqrt{7}}{3} S^3$ B) $\frac{2^4\sqrt{63}}{7} S^2$

C) $8\sqrt{21} S^2$

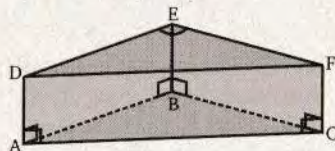
D) $\frac{4\sqrt{5}}{3} S$ E) $\frac{\sqrt[4]{1008}}{7}$

84. Se tiene un prisma triangular regular ABC-DEF si la medida del ángulo entre $\overline{AE}$ y $\overline{BF}$ mide 60° además la longitud del menor recorrido para ir de F a C por la superficie lateral del prisma es $\sqrt{11}$, calcule el volumen del prisma.

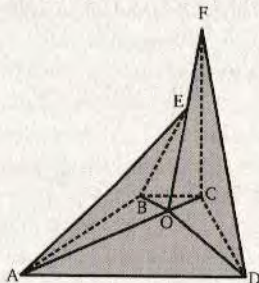
A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

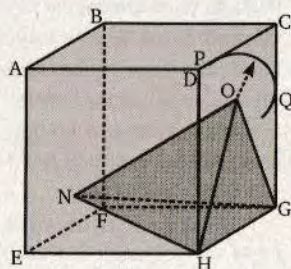
85. Del gráfico, $AB=BC=a$, $m\angle ABC = 120^\circ$ y $m\angle DEF = 90^\circ$, además $AD=CF = a\sqrt{2}$, $BE > AD$, calcule el volumen del sólido $DEF-ABC$



86. Del gráfico $ABCD$ es un trapecio ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) y $FE=EO$, calcule la razón de los volúmenes $E-BAO$ y $F-OCD$.



87. En la figura de la pirámide $N-HOG$ y el prisma $ABCD-EFGH$ son regulares si P y Q son puntos de tangencia, calcule la razón de volúmenes de dichos sólidos (O y N pertenecen a las caras de $DCGH$ y $ABFE$ respectivamente).



88. En una pirámide, cuya base es una región triangular equilátera, de altura igual al radio de la circunferencia circunscrita a la base. A una distancia igual al radio de la circunferencia inscrita a la base, se traza un plano paralelo a la base, calcule el volumen del tronco de pirámide en función al circunradio R de la base.
89. Calcule el volumen de un prisma recto cuyas bases están limitadas por trapecios rectángulos de diagonales perpendiculares y de bases a y b ($a < b$), además la altura del prisma es la media armónica de las bases a y b .

- A) $\frac{a^2 b^2}{a+b}$ B) $ab(a+b)$
C) $(a^2 - b^2)\sqrt{ab}$
D) $ab\sqrt{ab}$ E) $ab(a-b)$

90. Calcule la longitud de la arista lateral de un prisma triangular oblicuo cuyo volumen es V , el área lateral es L y además la sección recta está limitada por un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es de longitud a .

A) $\frac{L^2}{2(aL + 2V)}$ B) $\frac{VL}{aL + 2V}$
 C) $\frac{aV}{2(aL + 2V)}$
 D) $\frac{a^2L}{aL + 2V}$ E) $\frac{2V}{2L + aV}$

91. En el tronco de pirámide cuadrangular regular, los polígonos que determinan a las caras laterales son circunscriptibles a una circunferencia, la arista básica menor mide a y el menor ángulo de una cara lateral mide 60° . Calcule el área de la superficie total de dicho sólido.

A) $a^2(4\sqrt{3} + 5)$ B) $\frac{3}{2}a^2(4\sqrt{3} + 5)$
 C) $2a^2(4\sqrt{3} + 5)$
 D) $\frac{5}{2}a^2(4\sqrt{3} + 5)$ E) $4a^2(4\sqrt{3} + 5)$

92. En el tronco de pirámide $ABC - A'B'C'$ la altura mide h y las áreas de las bases son S_1 y S_2 . Calcule el volumen del sólido determinando por el tetraedro por el tetraedro $ABB'C'$.

A) $\frac{h}{2}\sqrt{S_1S_2}$ B) $\frac{h}{3}\sqrt{S_1S_2}$
 C) $\frac{h}{4}\sqrt{S_1S_2}$
 D) $\frac{h}{3}\sqrt{S_1^2 + S_2^2}$ E) $\frac{h}{3}\sqrt{2S_1S_2}$

93. Si el volumen de un prisma triangular

regular es $\frac{\sqrt{3+3\sqrt{3}}}{4}$.

Calcule la longitud de la arista básica, sabiendo que el ángulo determinado por las diagonales de dos caras laterales que parten del mismo vértice mide 30° .

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 2
 D) $\sqrt{\sqrt{3}+1}$ E) 1

94. En un tronco de pirámide de base triangular $ABC - DEF$, los volúmenes de los sólidos determinados por las pirámides $E-ABC$ y $F-DEC$ son V_1 y V_2 respectivamente. Calcule el volumen del sólido determinado por la pirámide $A-CDE$.

A) $\sqrt{\frac{V_1 \cdot V_2}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{V_1 V_2}{2}}$
 C) $\sqrt{V_1 \cdot V_2}$
 D) $\sqrt{2V_1 \cdot V_2}$ E) $\sqrt{3V_1 \cdot V_2}$

95. Se tiene un prisma hexagonal regular $ABCDEF-AB'C'D'E'F'$. Si θ es la medida del menor ángulo entre $\overline{AC}$ y $\overline{D'B}$. Calcule el volumen de dicho prisma si el circunradio de la base es R .

A) $\frac{9}{4}R^3\sqrt{3\cot^2\frac{\theta}{2}-1}$
 B) $\frac{3}{2}R^3\sqrt{12\cot^2\frac{\theta}{2}-3}$
 C) $\frac{3}{4}R^3\sqrt{12\cot^2\frac{\theta}{2}+3}$
 D) $\frac{3R^3}{4}\cot\theta$
 E) $\frac{3}{5}R^3\sqrt{7\cot^2\frac{\theta}{2}-1}$

96. En un tronco de pirámide regular cuadrangular $ABCD - EFGH$ $m\angle FHD = \theta$. Calcule la razón de las áreas de la región $BDHF$ y la superficie lateral del tronco de pirámide regular.

A) $\frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{\cos^2\theta+1}}$ B) $\frac{\text{sen}\theta}{3\sqrt{\text{sen}^2\theta+1}}$
 C) $\frac{\text{sen}\theta}{2\sqrt{\cos^2\theta+1}}$
 D) $\frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{\text{sen}^2\theta+2}}$ E) $\frac{\text{sen}\theta}{2\sqrt{\text{sen}^2\theta+1}}$

97. En la pirámide regular $S-ABCD$; el plano trazado por $\overline{AD}$ es perpendicular a la cara BSC y la divide en dos partes de áreas iguales. Determinar el área de la superficie total de la pirámide si se conoce que $AD=a$.

A) $a^2(2+\sqrt{1+\sqrt{2}})$
 B) $a^2(1+\sqrt{4+2\sqrt{2}})$
 C) $a^2(3+\sqrt{2+\sqrt{2}})$
 D) $a^2(2+\sqrt{1+2\sqrt{2}})$
 E) $\frac{a^2}{3}(3+\sqrt{4+\sqrt{2}})$

98. La base de la pirámide $M-ABCD$ es un cuadrado; $\overline{MB}$ esta altura de la pirámide. Hallar el valor mínimo de la longitud de la arista $\overline{MD}$ si el volumen de la pirámide es igual a 9cm^3 .

A) $3\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $3\sqrt[3]{4}$
 D) 3 E) $6\sqrt{2}$

99. Una pirámide regular de base cuadrangular cuya arista básica mide a y el ángulo diedro de la base mide 2α , está cortada por un plano que divide en dos partes iguales el ángulo diedro de la base. Hallar el área de la sección.

A) $a^2\text{sen}^2\alpha\cos\alpha\csc 2\alpha$
 B) $a^2\text{sen}^2 2\alpha\cos\alpha\csc^3 3\alpha$
 C) $a^2\text{sen}\alpha\cos^2 2\alpha\csc^3 3\alpha$
 D) $a^2\text{sen}\alpha\cos^2\alpha\csc^2 2\alpha$
 E) $a^2\text{sen} 2\alpha\cos 2\alpha\csc^2\alpha$

100. En la pirámide regular $S-ABC$; la arista básica mide a y los ángulos planos del vértice miden 30° , por el punto A y el punto medio de la arista $\overline{SB}$ se ha trazado un plano que divide a la pirámide en dos partes iguales en volumen.

Hallar la longitud del menor de los segmentos en que el plano divide la altura de la pirámide.

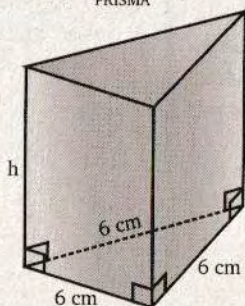
A) $\frac{a}{24} \sqrt{66 + 36\sqrt{3}}$

B) $\frac{a}{6} \sqrt{5 + 3\sqrt{3}}$

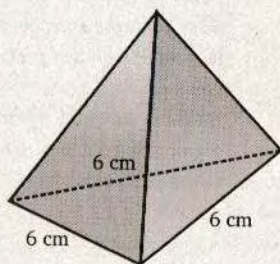
C) $\frac{a}{3} \sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$

D) $\frac{a}{4} \sqrt{20 + 12\sqrt{3}}$

E) $\frac{a}{12} \sqrt{15 + 9\sqrt{3}}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**Piden: $V_{\text{PRISMA}} = V$ 

Tetraedro Regular



$$S_{L(\text{PRISMA})} = S_{L(\text{TETRAEDRO})}$$

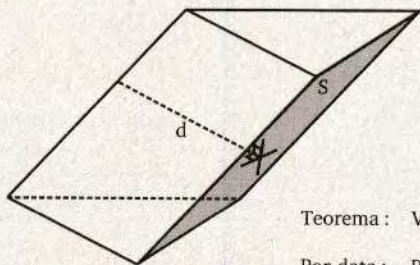
$$3(6xh) = 4 \left(\frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \right)$$

$$\Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Luego: } V = A_{\text{BASE}} \times h$$

$$\Rightarrow V = \left(\frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \right) \times 2\sqrt{3}$$

$$\therefore V = 54 \text{ cm}^3$$

Rpta.: E**Resolución 2:**

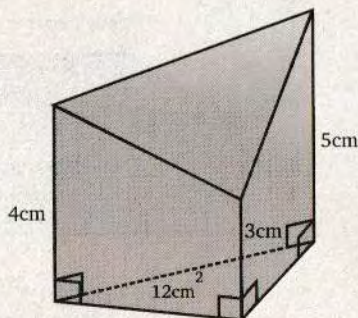
$$\text{Teorema: } V_{\text{PRISMA}} = \frac{S \times d}{2}$$

Por dato: Piden V

$$\therefore V = \frac{50 \times 10}{2} = 250 \text{ m}^3$$

Rpta.: C

Resolución 3:



Piden:

$$V_{\text{TRONCO DE PRISMA}} = V_x$$

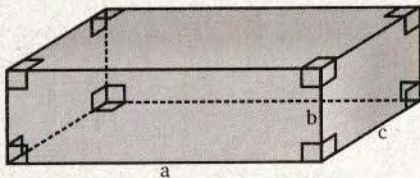
Se sabe que:

$$V_x = \frac{12}{3} (5 + 4 + 3)$$

$$\therefore V_x = 48\text{cm}^3$$

Rpta.: C

Resolución 4:



$$\text{Piden: } V = a \cdot b \cdot c$$

$$\text{Datos: } ab = 20$$

$$bc = 15$$

$$ac = 12$$

$$(ab)(bc)(ac) = 20(15)(12)$$

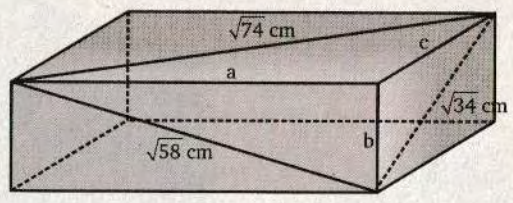
$$\Rightarrow (abc)^2 = (4 \times 5 \times 3)^2$$

$$\therefore V = 60\text{cm}^3$$

Rpta.: C

Resolución 5:

Piden: $V = a b c$



$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 58 \dots\dots (I) \\ b^2 + c^2 = 34 \dots\dots (II) \\ a^2 + c^2 = 74 \dots\dots (III) \end{cases}$$

Del gráfico:

$\Rightarrow$ Sumando M.A.M.: $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 166$

$a^2 + b^2 + c^2 = 83 \dots\dots (IV)$

Reemplazando (I); (II) y (III) respectivamente en (IV):

en (IV): $\begin{cases} c^2 = 25 \\ a^2 = 49 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 5 \\ a = 7 \\ b = 3 \end{cases}$

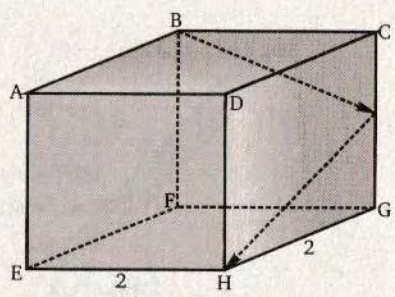
Luego:

$V = (7) (3) (5)$

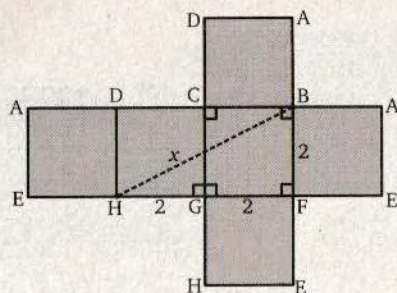
$\therefore V = 105 \text{ cm}^3$

Rpta.: D

Resolución 6:



Desarrollando la superficie del cubo:



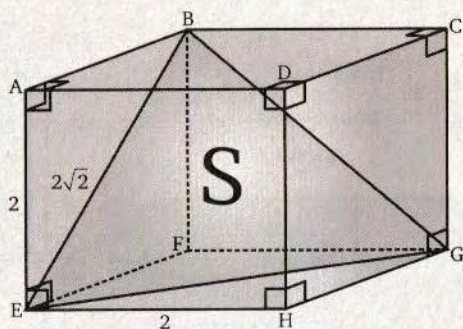
Piden: x

$$x^2 = 2^2 + 4^2$$

$$\therefore x = 2\sqrt{5}\text{cm}$$

Rpta.: C

Resolución 7:



Piden: S_{EBG}

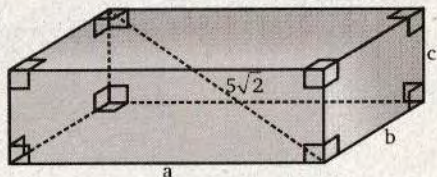
Se observa:

$\triangle EBG$ (Equilátero)

$$\Rightarrow S_{ABG} = \frac{(2\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore S_{ABG} = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$$

Rpta.: C

Resolución 8:Piden: $(a + b + c)^2$ Datos: $S_T = 94\text{cm}^2$ Diagonal: $5\sqrt{2}\text{cm}$ 

$$\begin{aligned} \text{Se sabe que: } (a+b+c)^2 &= \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{d^2} + \underbrace{2(ab+bc+ac)}_{S_T} \\ \Rightarrow (a+b+c)^2 &= (5\sqrt{2})^2 + 94 \\ \therefore a+b+c &= 12\text{cm} \end{aligned}$$

Rpta.: D**Resolución 9:**Piden: $V_{\text{PRISMA}} = V$ Dato: $S_L = 60$

$$(6a)(5) = 60$$

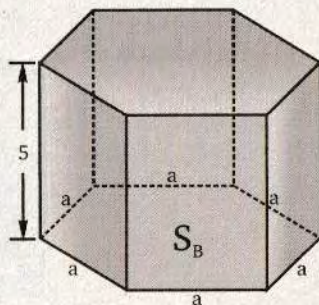
$$a = 2$$

Calculando V:

$$V = A_{\text{BASE}} \times h$$

$$V = (6\sqrt{3}) \times 5$$

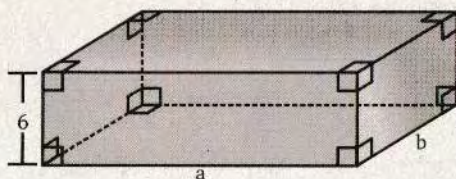
$$\therefore V = 30\sqrt{3}\text{cm}^3$$

Área de la
región hexagonal
regularÁrea de 6
triángulos
triangulares
equiláteros

$$S_B = 6 \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) = 6\sqrt{3}$$

Rpta.: C

Resolución 10: Piden a ; $a > b$

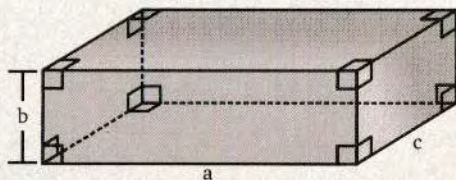


$$\begin{aligned} \text{Datos: } S_T &= 432\text{cm}^2 \wedge V = 376\text{cm}^3 \\ \Rightarrow 2(ab + 6a + 6b) &= 432 \wedge 6ab = 576 \\ \Rightarrow ab + 6a + 6b &= 216 \wedge ab = 96 \dots (I) \\ \Rightarrow 96 + 6a + 6b &= 216 \\ \Rightarrow a + b &= 20 \dots (II) \\ \therefore \text{De (I) } \wedge \text{ (II): } a &= 18 \wedge b = 12 \end{aligned}$$

Rpta.: D

Resolución 11:

$$\text{Datos: } \begin{cases} S_{\text{BASE}} = 60 \\ \sum \text{aristas} = 96 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac = 60 \\ 4(a + b + c) = 96 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 200 \\ a + b + c = 24 \end{cases}$$



Se sabe que:

$$\begin{aligned} (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) \\ \Rightarrow (24)^2 &= 200 + 2(ab + bc + 60) \\ \Rightarrow 128 &= b(a + c) \\ \Rightarrow 128 &= b(24 - b) \\ \therefore b &= 8\text{cm} \end{aligned}$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

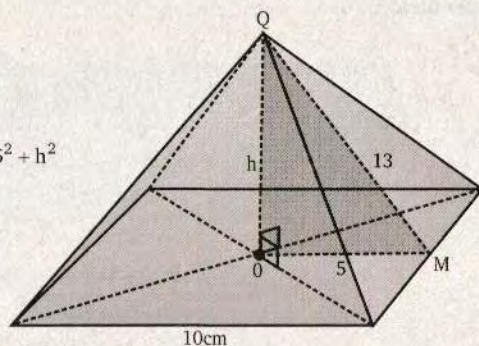
Resolución 12: Piden: $V_{\text{PIRAMIDE}} = V$

$$a_p = 13$$

$$OM = \frac{10}{2} = 5$$

$$\triangle QOM: (13)^2 = 5^2 + h^2$$

$$\Rightarrow h = 12$$



$$\text{Luego: } V = \frac{A_{\text{BASE}} \times h}{3}$$

$$V = \frac{(10)^2 \cdot 12}{3}$$

$$\therefore V = 400 \text{ cm}^3$$

Rpta.: C**Resolución 13:** Piden: $V_{\text{PIRAMIDE}} = V$

$$\triangle AOV: (2\sqrt{37})^2 = 2^2 + h^2$$

$$\Rightarrow h = 12$$

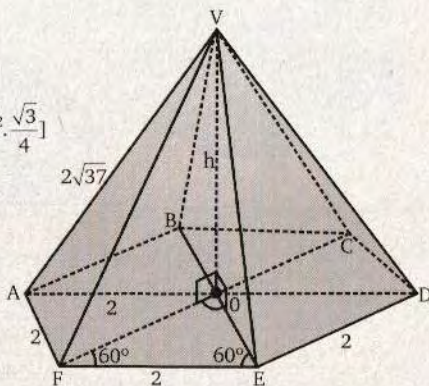
$$S_{\text{BASE}} = 6[S_{\Delta \text{Equilatero}}] = 6\left[2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right]$$

$$\Rightarrow S_{\text{BASE}} = 6\sqrt{3}$$

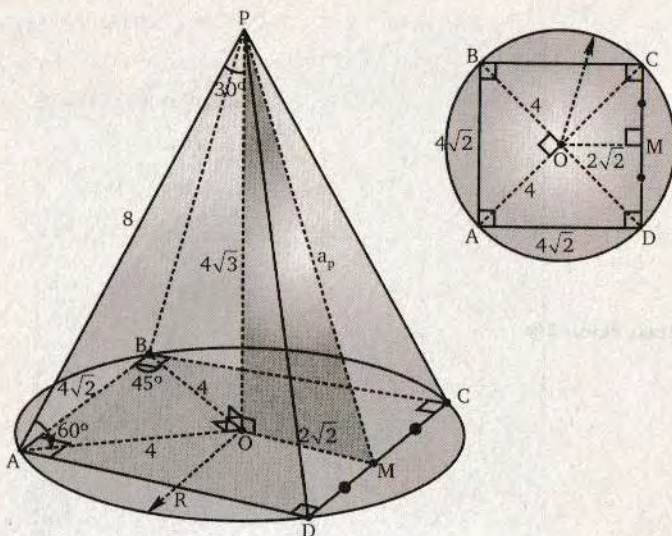
Luego:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} (6\sqrt{3}) (12)$$

$$\therefore V = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

**Rpta.: C**

Resolución 14:



Piden: a_p

Como: $R=4 \Rightarrow AB = 4\sqrt{2} \wedge OM = 2\sqrt{2}$

$\angle AOP = (\text{Notable de } 30^\circ \text{ y } 60^\circ) : PO = 4\sqrt{3}$

$\angle POM$ (Teorema de Pitágoras):

$$(a_p)^2 = (4\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$\therefore a_p = 2\sqrt{14}\text{cm}$$

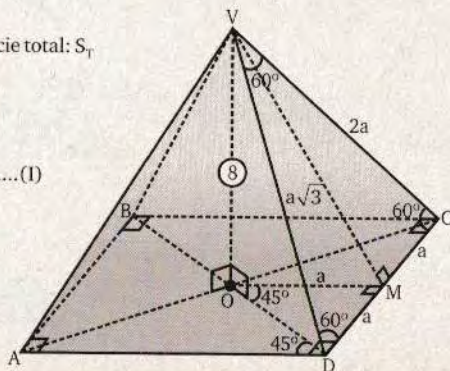
Rpta.: B

Resolución 15:

Piden el área de la superficie total: S_T

$$S_T = (2a)^2 + 4 \left(\frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \right)$$

$$S_T = 4a^2(\sqrt{3} + 1) \quad \dots (I)$$



BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Se observa:

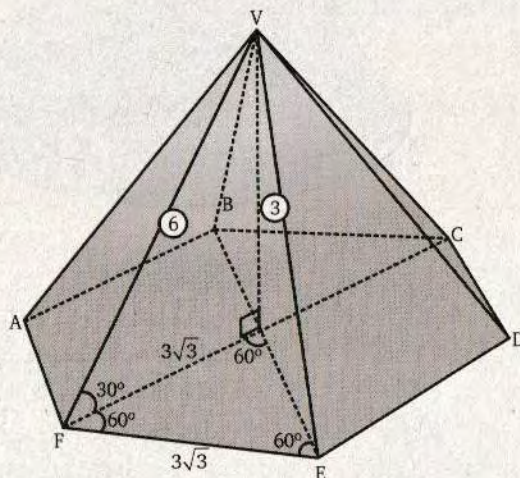
 $\triangle VOM$: (Teorema de Pitágoras):

$$(a\sqrt{3})^2 = (a)^2 + (8)^2 \rightarrow a^2 = 32 \quad \dots (II)$$

Reemplazando (II) en (I):

$$S_T = 4(4\sqrt{2})^2(\sqrt{3} + 1)$$

$$S_T = 128(\sqrt{3} + 1)\text{cm}^2$$

Rpta.: D**Resolución 16:**Piden: $V_{\text{PIRÁMIDE}} = V$ $\triangle VOF$ (Notable)

$$VO = 3$$

$$FO = 3\sqrt{3}$$

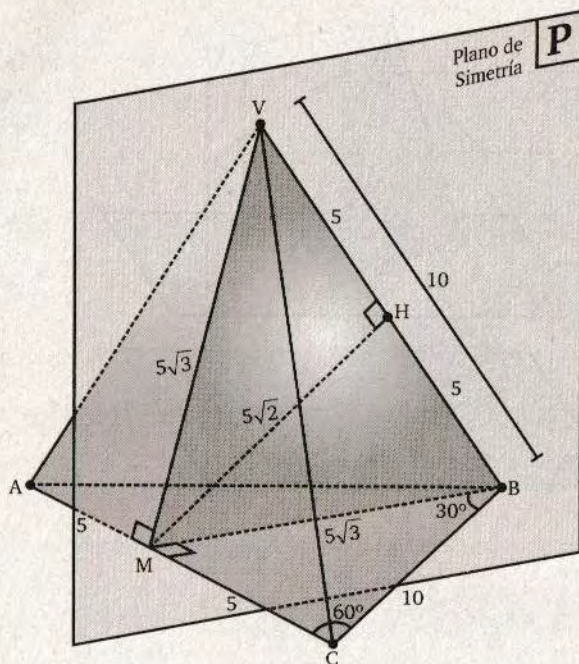
$$\text{Entonces: } V = \frac{1}{3} S_{\text{BASE}} \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \left[6 \left((3\sqrt{3})^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right] \times (3)$$

$$\therefore V = \frac{81}{2} \sqrt{3} \approx 70.1 \text{cm}^3$$

Rpta.: D

Resolución 17



$$\text{Piden } S_{VMB} = S_x$$

ΔVMB (Isósceles):

MH es altura y mediana

$\angle BMH$ (Teorema de Pitágoras):

$$(5\sqrt{3})^2 = 5^2 + (MH)^2 \Rightarrow MH = 5\sqrt{2}$$

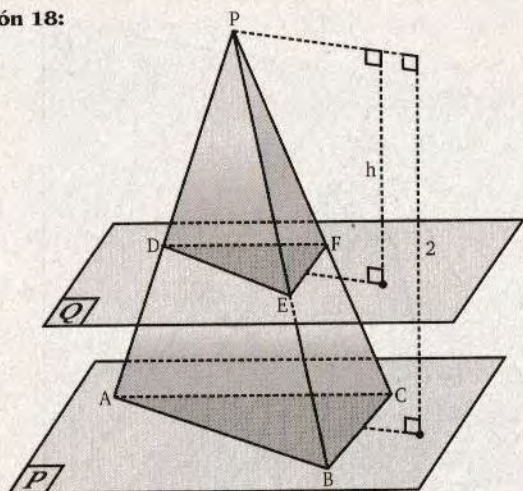
$$\text{Luego: } S_x = \frac{(10)(5\sqrt{2})}{2}$$

$$\therefore S_x = 25\sqrt{2}\text{cm}^2$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Resolución 18:



Piden: h

Por relación entre volúmenes de pirámide semejantes.

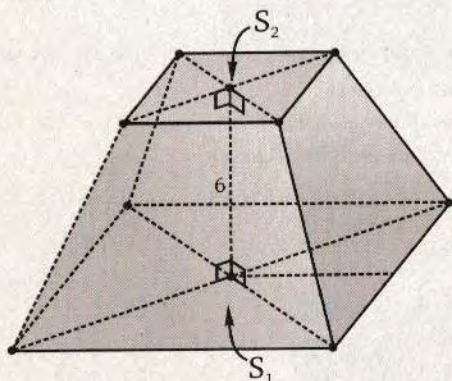
$$\frac{V_{P-DEF}}{V_{P-ABC}} = \frac{h^3}{2^3}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{2V} = \frac{h^3}{2^3}$$

$$\therefore h = \sqrt[3]{4}\text{cm}$$

Rpta.: B

Resolución 19:

Piden: S_2 Donde S_1 y S_2 son las áreas de las bases.

Sabemos que:

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{h}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

Entonces con los datos del problema

$$74 = \frac{6}{3}(16 + S_2 + \sqrt{16S_2})$$

$$\Rightarrow 21 = \sqrt{S_2}(\sqrt{S_2} + 4)$$

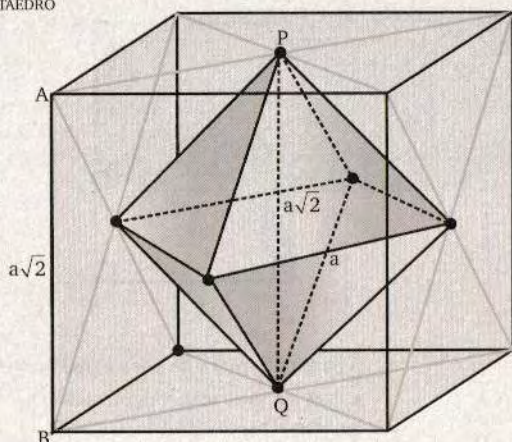
$$\Rightarrow \sqrt{S_2} = 3$$

$$\therefore S_2 = 9\text{cm}^2$$

Rpta.: D

Resolución 20:

$$\text{Piden: } \delta = \frac{V_{\text{CUBO}}}{V_{\text{OCTAEDRO}}}$$



El arista del cubo y la diagonal del octaedro inscrito tienen la misma longitud.

$$\Rightarrow AB = PQ = a\sqrt{2}$$

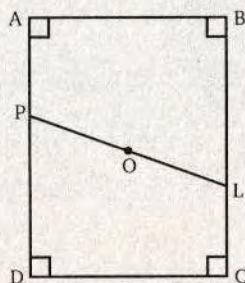
$$\Rightarrow \delta = \frac{(a\sqrt{2})^3}{\frac{a^3\sqrt{2}}{3}}$$

$$\therefore \delta = 6$$

Rpta.: D

Resolución 21:

LEMA:



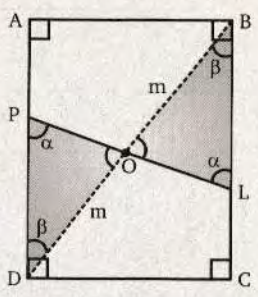
Si O es centro del rectángulo ABCD, entonces:

$$AP = LC$$

$\wedge$

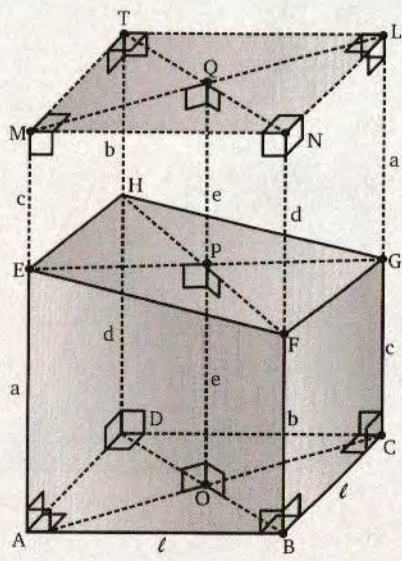
$$BL = PD$$

DEMOSTRACIÓN:



Como O es centro
⇒ O es punto medio de $\overline{BD}$
⇒ $\triangle BOL \cong \triangle DOP$
(A - L - A)
⇒ $BL = PD$
y como
 $AD = BC$
⇒ $AP = LC$

A partir del tronco de prisma, construimos un prisma recto, de manera que sus aristas laterales sean congruentes a $\overline{OQ}$, donde $\overline{OQ}$ es la prolongación de $\overline{OP}$, tal que; $OP = PQ$



Ahora: P es centro del prisma recto y en consecuencia centro de los rectángulos AMLC y BNTD.

Utilizando el Lema:

$ME = GC = c \wedge LG = EA = a$
 $TH = FB = b \wedge NF = HD = d$

Luego como $AM = BN = OQ$

⇒ $a + c = b + d = e$

Además se observa dos troncos de prisma congruentes separados por el plano EFGH.

⇒ $2 S_L = (4\ell) (2e)$

⇒ $S_L = 4\ell e$

Resolución 22:

Piden: d

Datos: $ND = FM$

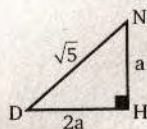
$$AD = 2HD = 4HN$$

$$\therefore AD = 4a$$

$$\therefore HD = 2a$$

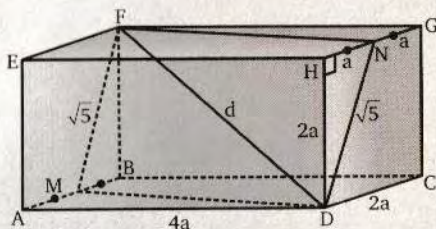
$$\therefore HN = a$$

Se tiene: $\triangle NHD$



$$(\sqrt{5})^2 = a^2 + (2a)^2$$

$$\Rightarrow a = 1$$



Luego:

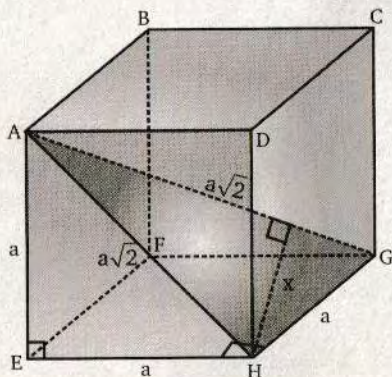
$$d = \sqrt{(AD)^2 + (HD)^2 + (DC)^2}$$

$$d = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2^2}$$

$$\therefore d = 2\sqrt{6}m$$

Rpta.: C

Resolución 23:



Piden: x

$$\text{Dato: } V_{\text{CUBO}} = a^3 = 81\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a = 3\sqrt{3}$$

$\triangle AHG$ (Relación Métricas):

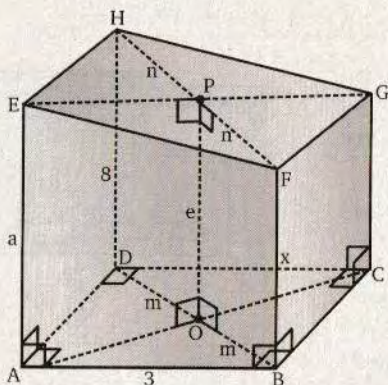
$$(a)(a\sqrt{2}) = (a\sqrt{3})(x)$$

$$a\sqrt{2} = \sqrt{3} \cdot x$$

$$3\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2}$$

Rpta.: C

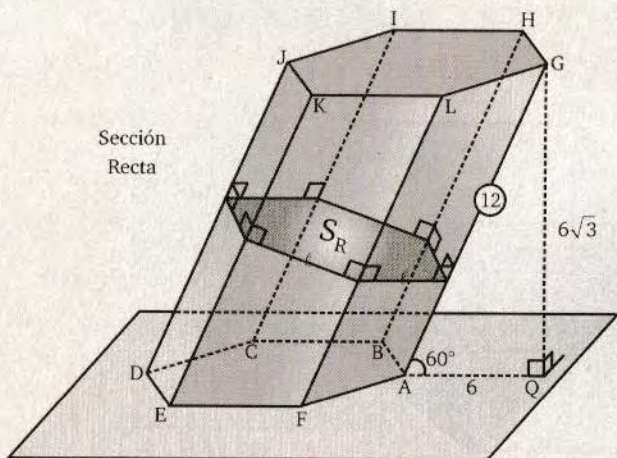

$$e = \frac{x + 8}{2}$$
$$S_1 = 4\ell e$$

$$\Rightarrow 72 = 4(3) \left(\frac{x+8}{2} \right)$$

$$\therefore x = 4\text{cm}$$

Rpta.: A

Resolución 25


$$6 \left[t^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right] = 48\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \ell = 4\sqrt{2}$$

$$S_L = (2p)(a) = (24\sqrt{2})(12)$$

$$\therefore S_1 = 288\sqrt{2}\text{cm}^2$$

Rpta.: C

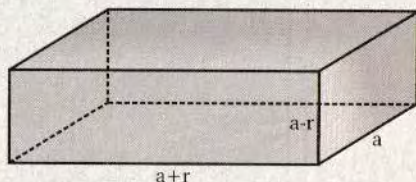
Resolución 26:

Piden: el área de la superficie total: S_T

Por dato:

$$a + (a + r) + (a - r) = 12$$

$$\Rightarrow a = 4$$



También es Dato:

$$(a + r) \cdot (a - r) = 4$$

$$a + r \cdot a + r = 4$$

$$\Rightarrow r = 2$$

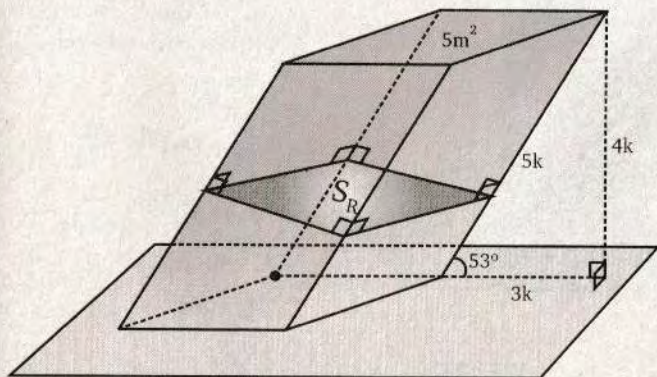
Entonces las tres dimensiones son: 4m, 6m y 2m

Luego: S_T

$$S_T = 2(4 \times 6 + 4 \times 2 + 6 \times 2)$$

$$S_T = 88\text{m}^2$$

Rpta.: A

Resolución 27

Recuerda el Teorema del volumen:

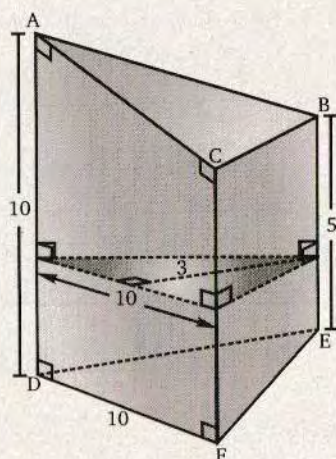
$$V = (S_R)(a) = (S_{BASE})(h)$$

$$\Rightarrow (S_R)(5k) = (5)(4k)$$

$$\therefore S_R = 4\text{m}^2$$

Rpta.: A

Resolución 28:



Piden el volumen del tronco de prisma: V

Sabemos que:

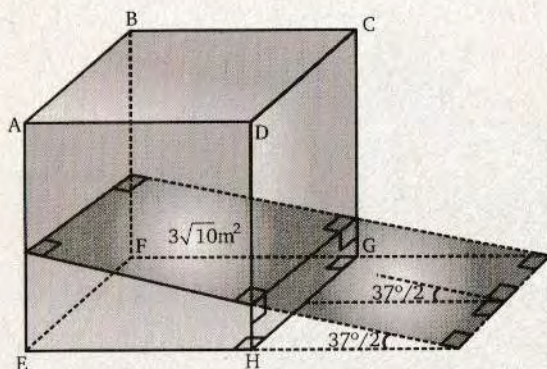
$$V = (S_R) \left(\frac{AD + CF + BE}{3} \right)$$

$$V = \left(\frac{10 \times 3}{2} \right) \left(\frac{10 + 10 + 5}{3} \right)$$

$$\therefore V = 125 \text{ m}^3$$

Rpta.: E

Resolución 29:



Piden el área lateral del cubo: S_L

Tener en cuenta que las caras del cubo son congruentes.

Del gráfico:

$$S_{EFGH} = (3\sqrt{10}) \cdot \cos \frac{37^\circ}{2}$$

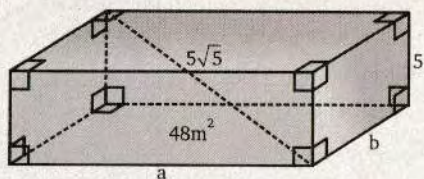
$$S_{EFGH} = (3\sqrt{10}) \times \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) = 9$$

$$S_L = 4(S_{EFGH}) = 4(9)$$

$$\therefore S_L = 36 \text{ m}^2$$

Rpta.: E

Resolución 30:

Piden el área lateral: S_L

Aplicando el Teorema de la diagonal

$$(5\sqrt{5})^2 = a^2 + b^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 100$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 - \underbrace{2ab}_{48} = 100$$

$$\Rightarrow a+b=14$$

Luego:

$$S_L = [2(a+b)](5) = [2(14)](5)$$

$$\therefore S_L = 140\text{m}^2$$

Rpta.: E

Resolución 31:

Piden el área de la superficie

$$\text{total: } S = 6a^2$$

El plano BDHF es perpendicular a $\overline{AC}$

$$\rightarrow d(\overline{AC}; \overline{FD}) = QP = 2$$

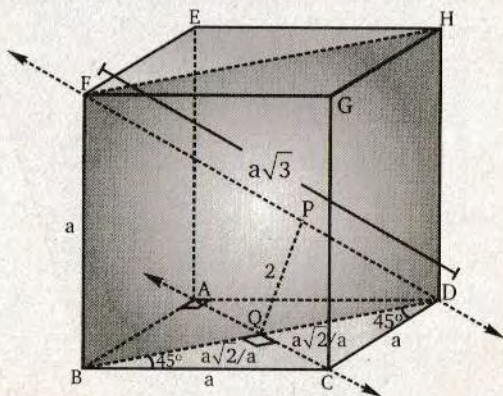
$$\rightarrow \triangle FBD \sim \triangle QHD$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{6}$$

$$\text{Luego: } S = 6(2\sqrt{6})^2$$

$$\therefore S = 144\text{m}^2$$



Rpta.: B

Resolución 32:

Piden:

$A_{\text{LATERAL DEL PRISMA REGULAR TRUNCADO}} : S_L$

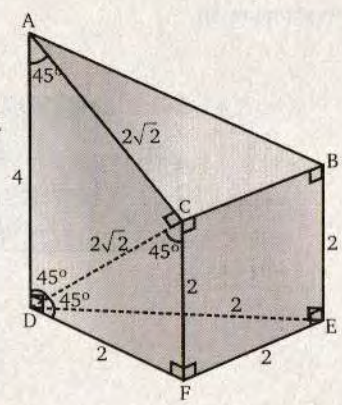
$\triangle DFC$ y $\triangle ACD$: (Notable de 45°)

$$\rightarrow DC = 2\sqrt{2} \rightarrow AD = 4$$

$$S_L = S_{CBEF} + S_{ADFC} + S_{ADEB}$$

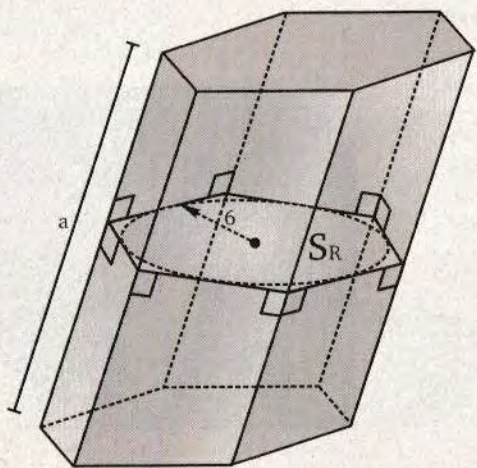
$$S_L = 2^2 + \left(\frac{4+2}{2}\right)2 + \left(\frac{4+2}{2}\right)2$$

$$\therefore S_L = 16m^2$$



Rpta.: C

Resolución 33:



Piden: $V_{\text{PRISMA}} = V$

Dato: $S_L = 300 \text{ cm}^2$

La sección recta está limitada por un polígono circunscrito a una circunferencia, por tanto:

$$S_R = pr = 6p$$

donde:

p: semiperímetro de la sección recta

r: radio de la circunferencia inscrita en el polígono de la sección recta

Se sabe que:

$$S_L = (2p)(a) = 300$$

$$\Rightarrow pa = 150$$

También:

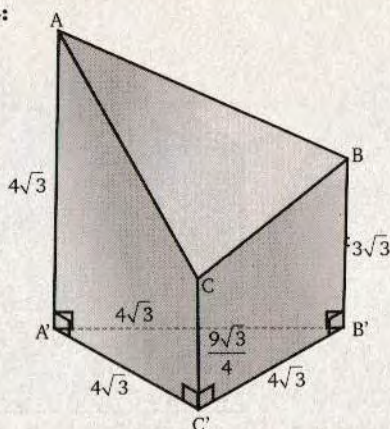
$$V = S_R \times a : 6pa : 6(150)$$

$$\underbrace{\quad}_{6p}$$

$$\therefore V = 900\text{cm}^3$$

Rpta.: D

Resolución 34:

Piden: $V_{\text{TRONCO DE PRISMA}} = V$

$$\begin{cases} AA' = 4\sqrt{3} \\ BB' = 4\sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right) = 3\sqrt{3} \\ CC' = 3\sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Entonces:

$$V = \left((4\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \left(\frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{3}}{4}}{3} \right)$$

$$\therefore V = 111\text{m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 35:

Piden el área total del cubo: S_T

$$S_{ACH} = 4(2\sqrt{3})$$

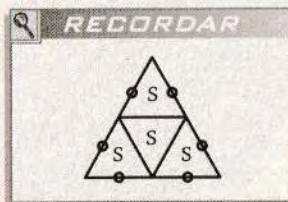
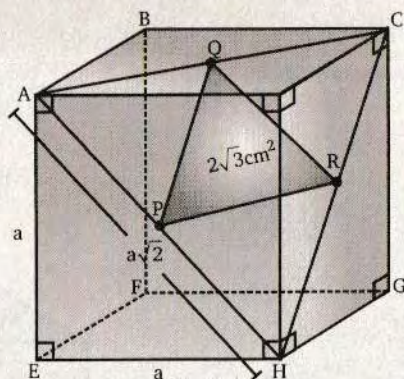
$$(a\sqrt{2})^2 \frac{\sqrt{3}}{8} = 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a = 4$$

Luego:

$$S_T = 6a^2 = 6(4)^2$$

$$\therefore S_T = 96\text{cm}^2$$



Rpta.: C

Resolución 36:

Piden:

$$V_{AQC-ERG} = V_X$$

$$\text{Dato: } BP = 3PQ \Rightarrow \frac{BP}{PQ} = 3$$

BAQ (Teorema de la Bisectriz):

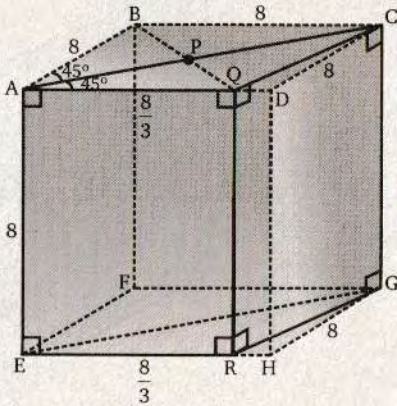
$$\frac{AB}{AQ} = \frac{BP}{PQ}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{8/3} = 3 \Rightarrow AB = 8$$

$$\text{Luego: } V_X = (S_{AQC})(h)$$

$$V_X = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 8 \right) (8)$$

$$\therefore V_X = \frac{256}{3} \text{ m}^3$$



Rpta.: A

Resolución 37:

Piden: $a + b + 6$

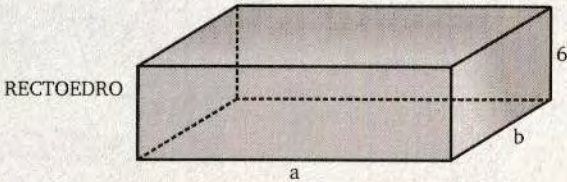
$$\text{Datos: } V = (a)(b)(6) = 576$$

$$\rightarrow ab = 96$$

También:

$$S_T = 2ab + 6a + 6b = 432$$

$$\rightarrow a + b = 20$$



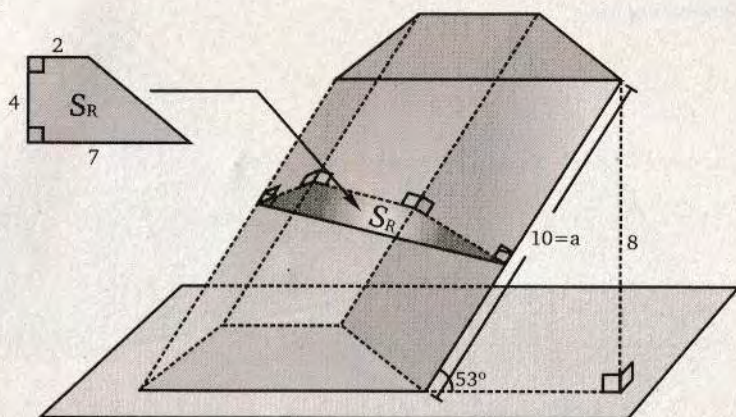
Luego:

$$a + b + 6$$

$$\therefore 20 + 6 = 26 \text{ cm}$$

Rpta.: E

Resolución 38:



Piden: $V_{\text{PRISMA OBLICUO}} : V_X$

Sabemos que:

$$V_X = [S_R][a]$$

$$\Rightarrow V_X = \left[\left(\frac{7+2}{2} \right) (4) \right] [10]$$

$$\therefore V_X = 180 \text{ m}^3$$

Rpta.: B

Resolución 39:

Piden: AG

Datos:

$$* AG = 2 (EG)$$

$\Rightarrow \angle AEG$ es notable de 30° y 60°

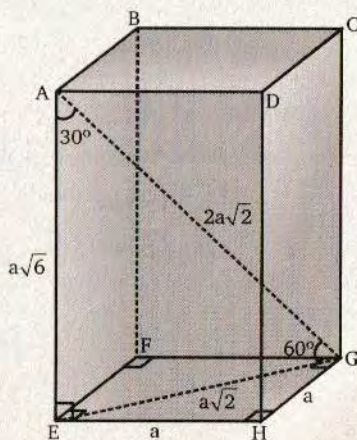
$$\begin{cases} EG = a\sqrt{2} \\ AG = 2(a\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}a \\ AE = a\sqrt{2}(\sqrt{3}) = a\sqrt{6} \end{cases}$$

$$** S_L = 8\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow (4a)(a\sqrt{6}) = 8\sqrt{6} \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$\text{Luego: } AG = 2\sqrt{2}(\sqrt{2})$$

$$\therefore AG = 4 \text{ m}$$



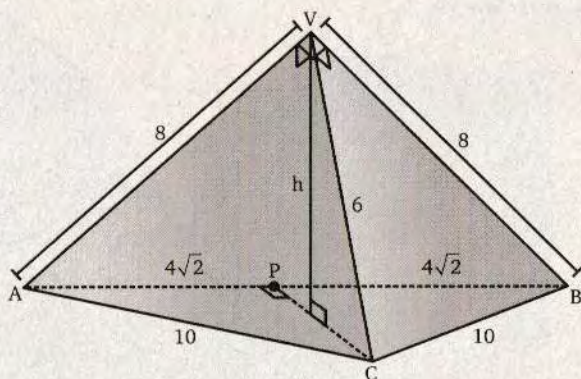
Rpta.: E

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Resolución 40:

$$V = \frac{8 \times 8 \times 6}{6}$$

$$V = 64 \text{ m}^3$$



Rpta.: B

Resolución 41:

Piden: $2p_{(\text{BASE})}$

Dato:

$$S_{\text{TOTAL}} = 624$$

$$S_{\text{TOTAL}} = A_{\text{BASE}} + A_{\text{S.L.}}$$

$$624 = L^2 + (4L)(20)$$

$$\Rightarrow L^2 + 40L - 624 = 0$$

$$L \quad \begin{matrix} \times & +52 \\ \times & -12 \end{matrix}$$

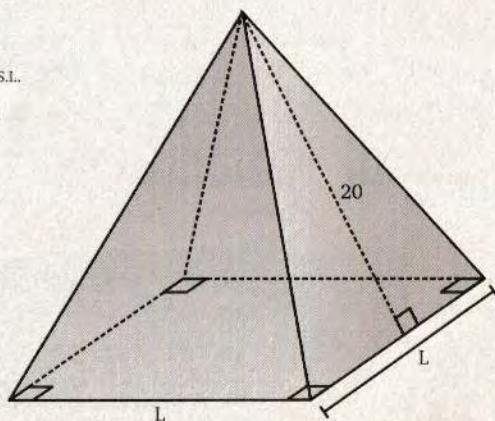
$$L \quad \begin{matrix} \times & +52 \\ \times & -12 \end{matrix}$$

$$\rightarrow L = -52 \vee L = 12 \quad \checkmark$$

Luego:

$$2p_{(\text{BASE})} = 48 \text{ cm}$$

$$2p_{(\text{BASE})} = 4L$$



Rpta.: C

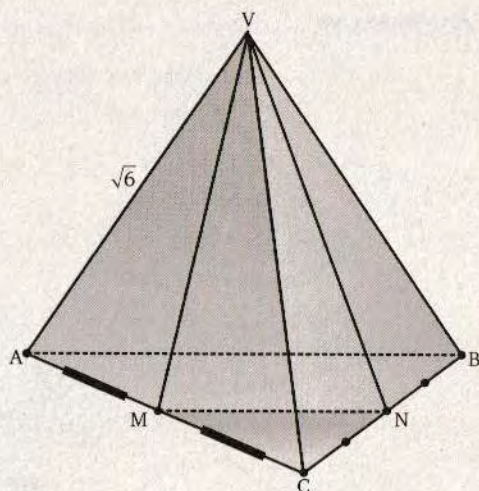
Resolución 42: Nótese que:

$$S_{MNC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow \underbrace{V_{V-MNC}} = \frac{1}{4} V_{V-ABC}$$

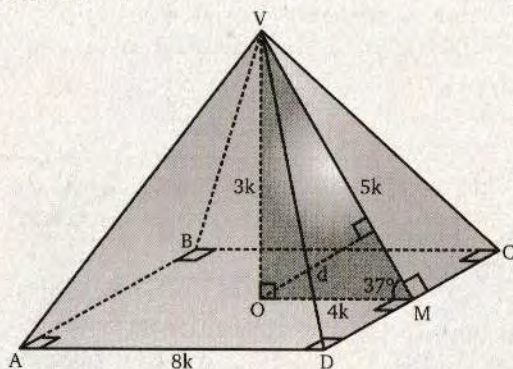
$$V_X = \frac{1}{4} \cdot \frac{(\sqrt{6})^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

$$\therefore V_X = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^3$$



Rpta.: E

Resolución 43:



Piden: d

Dato:

$$S_L = 720 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow (16k)(5k) = 720$$

$$\Rightarrow k = 3$$

$\angle VOM$ (Relación Métrica):

$$(3k)(4k) = (5k)(d)$$

$$\Rightarrow d = \frac{12k}{5} = \frac{12}{5}(3)$$

$$\therefore d = 7,2 \text{ cm}$$

Rpta.: C

Resolución 44: Piden: S_T $\triangle VOM$ (Teorema de Pitágoras):

$$(a_p)^2 = \sqrt{21}^2 + 2^2$$

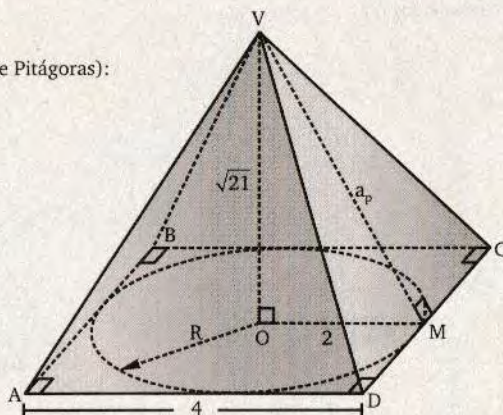
$$\Rightarrow a_p = 5$$

Luego:

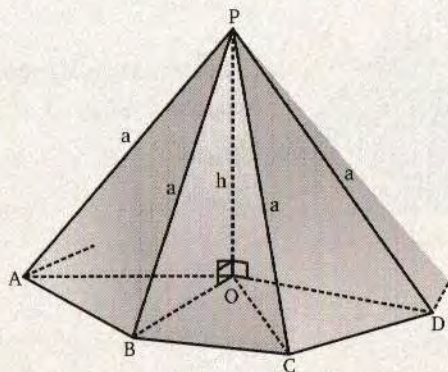
$$S_T = S_L + S_{BASE}$$

$$S_T = (8)(5) + (4)^2$$

$$\therefore S_T = 56 \text{ cm}^2$$

**Rpta.: D****Resolución 45:****TEOREMA:**

Si las aristas laterales de una pirámide son congruentes; entonces su base es un polígono inscriptible cuyo circuncentro es el pie de su altura.

**DEMOSTRACIÓN:**

Trazamos la altura del prisma PO

$$\Rightarrow \angle AOP \cong \angle BOP \cong \angle COP \cong \angle DOP \cong \dots$$

Por el criterio: L - L - A_{mayor}

$$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = \dots = r$$

$$\Rightarrow A; B; C; D; \dots \text{ son concíclicos}$$

$\therefore ABCD \dots$ es un polígono inscriptible de circuncentro "O"

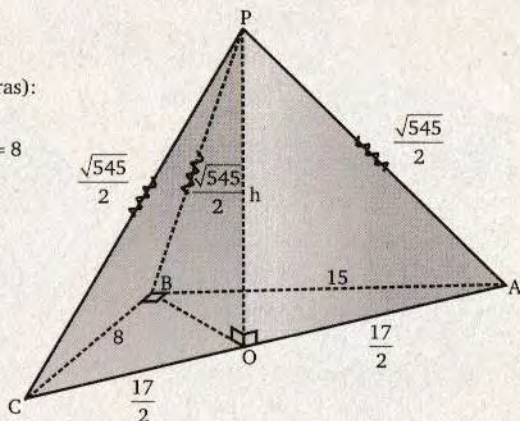
En el problema de acuerdo al Teorema, el pie de la altura será el punto medio de la hipotenusa del $\triangle ABC$:

$\triangle COP$ (Teorema de Pitágoras):

$$\left(\frac{\sqrt{545}}{2}\right)^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h = 8$$

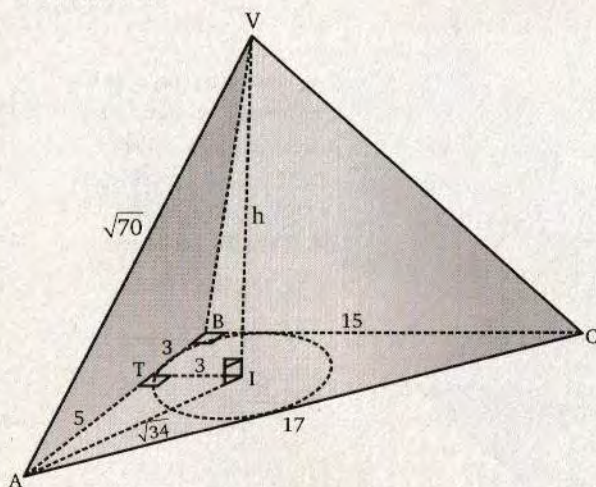
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{8 \times 15}{2}\right) (8)$$

$$\therefore V = 160 \text{ cm}^3$$



Rpta.: B

Resolución 46:



Piden: V

$\triangle ABC$ (Teorema de Poncelet):

$$8 + 15 = 17 + 2r \Rightarrow r = 3 = IT = TB$$

$\triangle ATI$ (Teorema de Pitágoras):

$$(AI)^2 = 5^2 + 3^2 \Rightarrow AI = \sqrt{34}$$

$\triangle AIV$ (Teorema de Pitágoras):

$$\sqrt{70}^2 = \sqrt{34}^2 + h^2 \Rightarrow h = 6$$

$$\text{Luego: } V = \frac{1}{3} \left(\frac{8 \times 15}{2} \right) (6)$$

$$\therefore V = 120 \text{ m}^3$$

Rpta.: B

Resolución 47: Piden: S_L

Sabemos que:

$$S_{ABC} = p \cdot r = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$15r = \sqrt{15(7)(5)(3)} \rightarrow r = \sqrt{7}$$

$\triangle VOT$ (Teorema de Pitágoras):

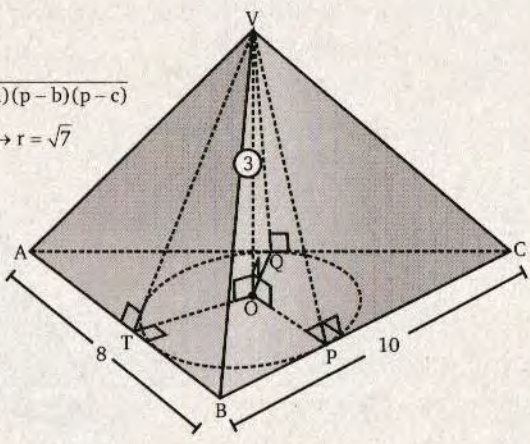
$$(VT)^2 = 3^2 + \sqrt{7} \rightarrow VT = 4$$

$$\text{Además: } VN = VP = VQ = 4$$

Luego:

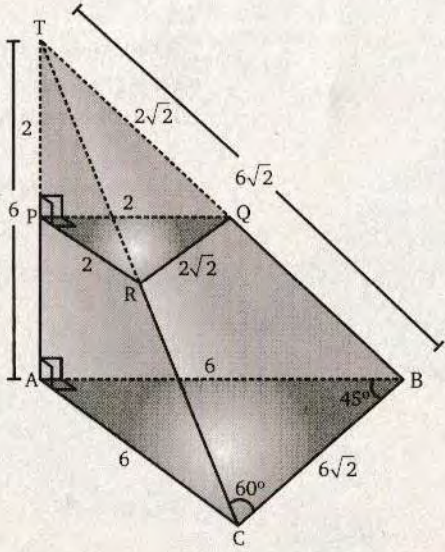
$$S_L = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{10 \times 4}{2} + \frac{12 \times 4}{2}$$

$$\therefore S_L = 60\text{cm}^2$$



Rpta.: E

Resolución 48:



Piden: $V_{RPQ-CAB} = V_X$

Prolongamos las aristas laterales:

Prolongando las aristas laterales se forma la pirámide T-ABC

$\triangle TAC$; $\triangle TAB$; $\triangle TPR$ y $\triangle TPQ$:

Notables de 45°

$\triangle BTC$ y $\triangle QTR$: Equiláteros

$$\Rightarrow V_X = V_{T-ABC} - V_{T-PQR}$$

$$V_X = \frac{1}{3} \left(\frac{6 \times 6}{2} \right) (6) - \frac{1}{3} \left(\frac{2 \times 2}{2} \right) (2)$$

$$\therefore V_X = \frac{104}{3} \text{ m}^3$$

Rpta.: E

Resolución 49:Piden: V_{CUBO}

Las aristas del tetraedro regular son diagonales de las caras del cubo

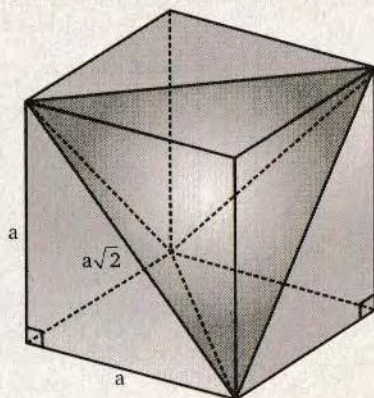
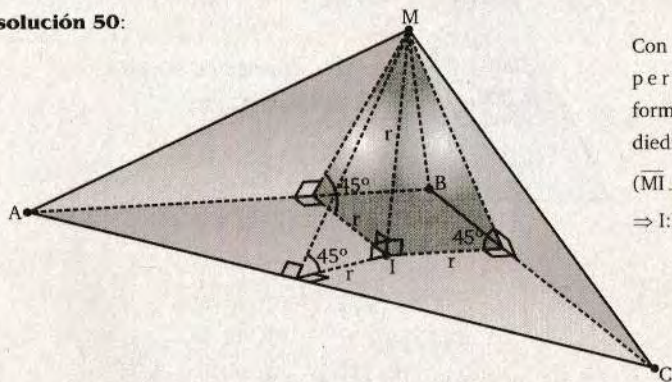
Dato:

$$V_{\text{TETRAEDRO}} = 10\text{m}^3$$

$$\Rightarrow (a\sqrt{2})^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = 10$$

$$\Rightarrow a^3 = 30$$

$$\therefore V_{\text{CUBO}} = 30\text{m}^3$$

**Rpta.: C****Resolución 50:**

Con el Teorema de las perpendiculares formamos los ángulos diedros de 45°

$(\overline{MI} \perp \square ABC)$

$\Rightarrow I$: Incentro del $\triangle ABC$

Ahora:

$$S_{ABC} = pr = \sqrt{p(p-8)(p-10)(p-12)}$$

$$15r = \sqrt{15(7)(5)(3)}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{7}$$

Luego:

$$V_X = \frac{1}{3}(15\sqrt{7})(\sqrt{7})$$

$$V_X = 35\text{cm}^3$$

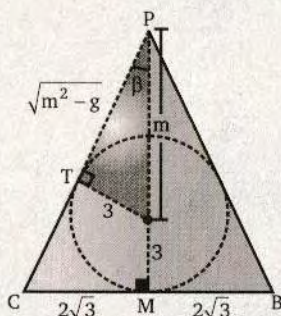
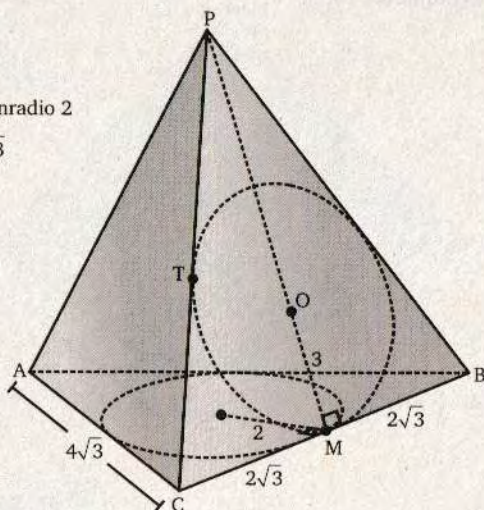
Rpta.: C

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

Resolución 51:

Piden: S_L ΔABC : Equilátero de inradio 2

$$\Rightarrow AB = BC = AC = 4\sqrt{3}$$



Apothema de la pirámide:

$$\overline{PM}(a_p = PM)$$

$$\Rightarrow \cot \beta = \frac{m+3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{m^2-9}}{3}$$

$$\Rightarrow m = 21$$

$$\Rightarrow a_p = \overline{PM} = 21 + 3 = 24$$

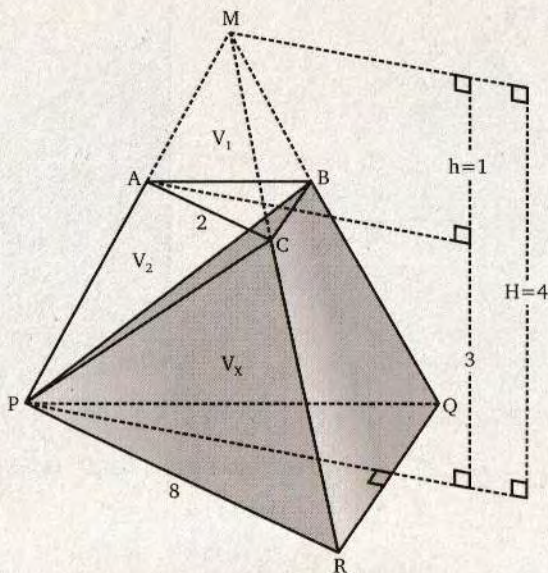
Luego:

$$S_L = \left(\frac{3 \times 4\sqrt{3}}{2} \right) (24)$$

$$\therefore S_L = 144\sqrt{3}m^2$$

Rpta.: A

Resolución 52:



$$\text{Piden } V_{AB-PQR} = V_X$$

$$\text{Sea: } \begin{cases} V_{M-ABC} = V_1 \\ V_{P-ABC} = V_2 \end{cases}$$

Las pirámides $M-ABC$ y $M-PQR$ son semejantes

$$\Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} h=1 \\ H=4 \end{cases}$$

Luego:

$$V_X = V_{M-PQR} - V_1 - V_2$$

$$V_X = \frac{1}{3} \left(8^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (4) - \frac{1}{3} \left(2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (1) - \frac{1}{3} \left(2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (3)$$

$$V_X = 20\sqrt{3} \text{ m}^3$$

Rpta.: B

Resolución 53:

Piden: V

Del gráfico:

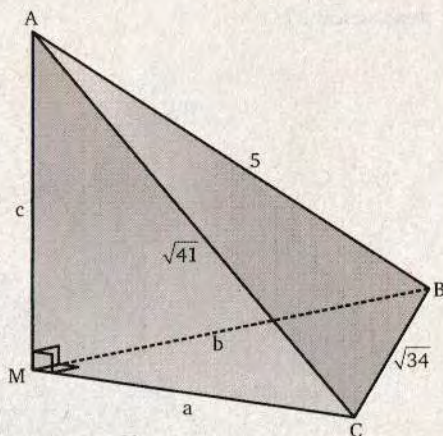
$$a^2 + b^2 = 34 \dots (I)$$

$$b^2 + c^2 = 25 \dots (II)$$

$$a^2 + c^2 = 41 \dots (III)$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 50 \dots (IV)$$



Reemplazando (I); (II) y (III) en (IV):

$$\begin{cases} c^2 = 16 \\ a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{Luego: } V = \frac{1}{3} \left(\frac{ab}{2} \right) (c) = \frac{1}{3} \left(\frac{5 \times 3}{2} \right) (4)$$

$$\therefore V = 10 \text{ cm}^3$$

Rpta.: B**Resolución 54:**

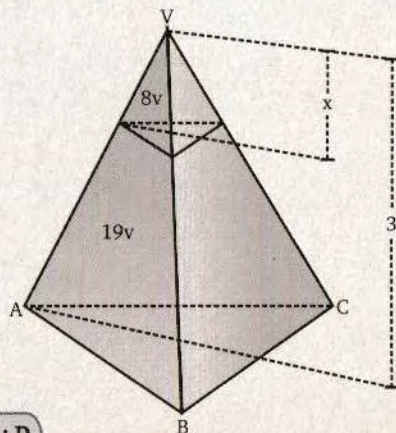
Piden: x

Teorema de Pirámides

semejantes:

$$\frac{8V}{27V} = \frac{x^3}{3^3}$$

$$\therefore x = 2 \text{ m}$$

**Rpta.: D**

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10**Resolución 57:**

$$\text{Piden: } S_{\text{BASE}} = a^2$$

$\triangle EAO$ (Teorema de Pitágoras):

$$(EO)^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

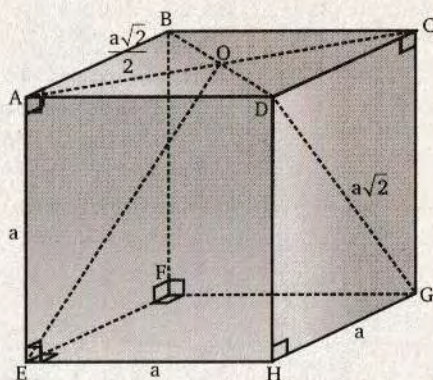
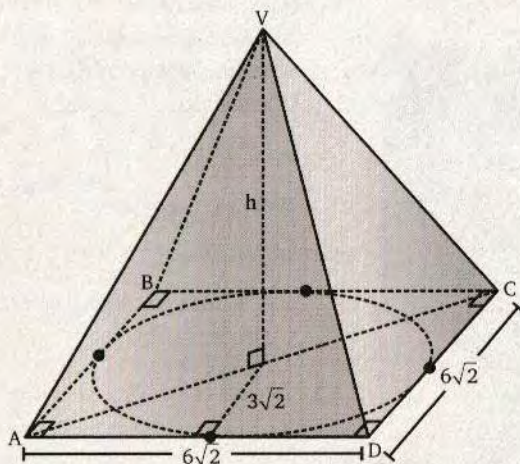
$$\Rightarrow (EO)^2 = \frac{3a^2}{2}$$

Dato:

$$(DG)^2 - (EO)^2 = 4$$

$$(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{3a^2}{2}\right) = 4$$

$$a^2 = 8\mu^2$$

**Rpta.: B****Resolución 58:**

$$\text{Piden: } V_{V-ABCD} = V$$

Datos:

$$h = AC \wedge r = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AC = 6\sqrt{2}(\sqrt{2}) = 12$$

$$\Rightarrow h = 12$$

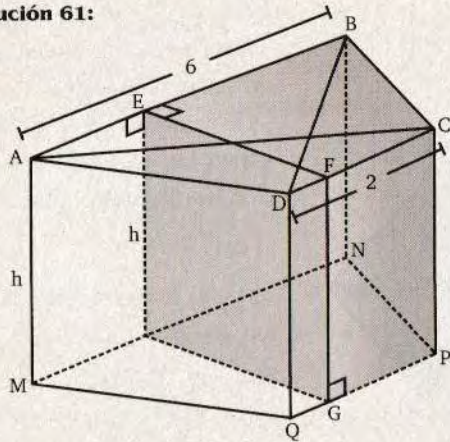
Luego:

$$V = \frac{1}{3}(6\sqrt{2})^2(12)$$

$$\therefore V = 288\text{cm}^3$$

Rpta.: E

Resolución 61:



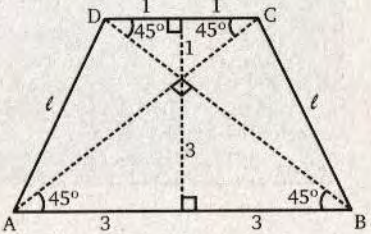
Luego:
 $V = (S_{BASE})(h) = (16)(4)$
 $\therefore V = 64\mu^3$

Piden: A PRISMA ABCD - MNPQ

Datos: $A_{ABCD} = A_{EFGH}$

$\Rightarrow \left(\frac{6+2}{2}\right)(EF) = (EF)(h)$
 $\Rightarrow h = 4$

BASE:



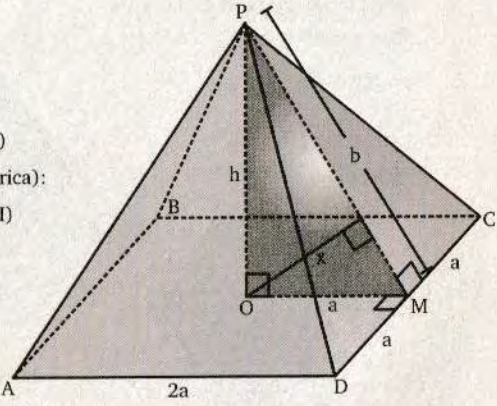
$\Rightarrow S_{BASE} = \left(\frac{6+2}{2}\right)(4) = 16$

Rpta.: E

Resolución 62:

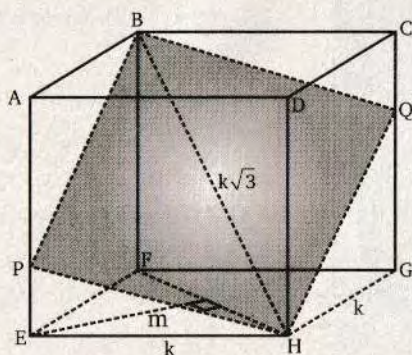
Piden: x

$S_L = V$
 $(4a)(b) = \frac{1}{3}(2a)^2(h)$
 $\rightarrow 3b = ah \quad \dots(I)$
 ∇ POM (Relación Métrica):
 $ah = bx \quad \dots(II)$
 $3b = bx$
 $\therefore x = 3$



Rpta.: C

Resolución 63:



Piden : $S_{\triangle PBQH(\min)} = S_X$

Sabemos:

$$S_X = 2A_{\triangle BPH}$$

$$S_X = \frac{2k\sqrt{3} \cdot d(P; \overline{BH})}{2}$$

$$S_X = k\sqrt{3}d(P; \overline{BH})$$

Para que S_X sea mínimo:

$\Rightarrow d(P; \overline{BH})$ debe ser mínimo.

$$\Rightarrow d(P; \overline{BH})_{\min} = d(\overline{AE}; \overline{BH}) = m = \frac{k\sqrt{2}}{2}$$

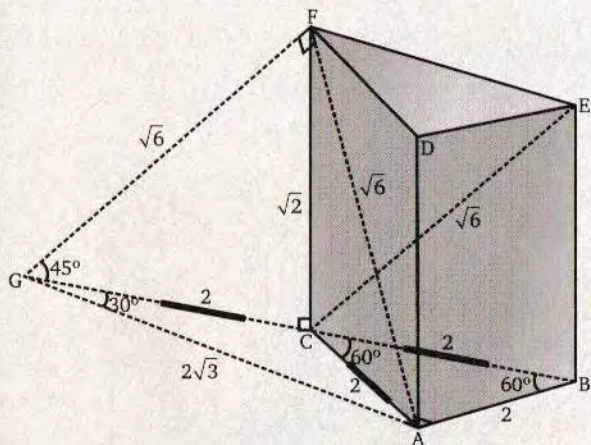
Luego:

$$S_X = (k\sqrt{3}) \left(\frac{k\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\therefore S_X = \frac{k^2\sqrt{6}}{2}$$

Rpta.: A

Resolución 64:



Piden : $V_{\text{PRISMA}} = V$

Trazamos $\overline{FG} \parallel \overline{EC}$

$$\Rightarrow m\angle GFA = 90^\circ$$

$\angle GFA$ (Notable de 45°):

$$GA = \sqrt{6}(\sqrt{2}) = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$\angle GAB$ (Notable de 30° y 60°):

$$AB = 2$$

$\angle GCF$ (Teorema de Pitágoras):

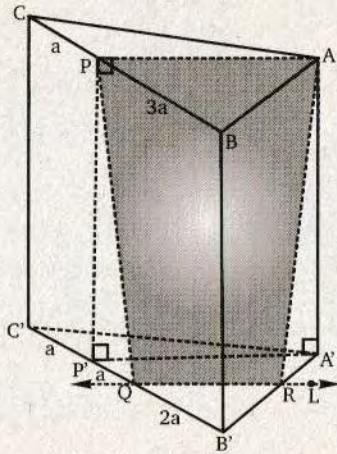
$$\sqrt{6}^2 = 2^2 + (FC)^2 \Rightarrow FC = \sqrt{2}$$

$$\text{Luego : } V = \left(2^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (\sqrt{2})$$

$$\therefore V = 6\text{cm}^2$$

Rpta.: D

Resolución 65:



Piden: $\delta = \frac{A'R}{RB'}$

$P'A'$: Proyección de $\overline{PA}$ sobre $\square(A'B'C')$
 $\Rightarrow \overline{P'A'} \perp \overline{PA}$

Trazamos $\overline{QL} \parallel \overline{P'A'} \Rightarrow \overline{QL} \parallel \overline{PA}$
 $\Rightarrow \overline{QL} \cap \overline{A'B'} = \{R\}$ y A;P;P'yR son coplanares

$\Delta A'B'P'$ (Teorema de Thales):

$$\delta = \frac{A'R'}{RB'} = \frac{a}{2a}$$

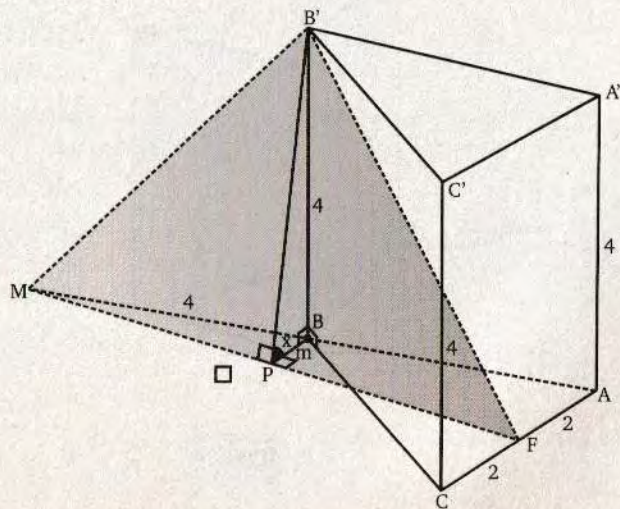
$$\therefore \delta = \frac{1}{2}$$

Rpta.: A

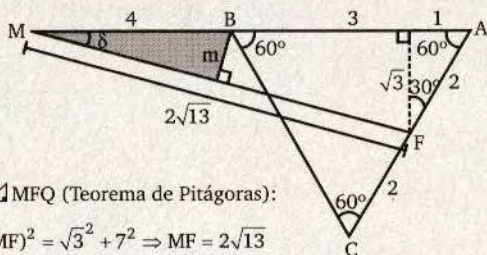
Resolución 66:

Piden : $m\angle(\square MB'F; \square ABC) = x$

Teorema de las tres perpendiculares:
 $\overline{B'B} \perp \overline{BP} \perp \overline{MF} \Rightarrow \overline{B'P} \perp \overline{MF}$
 $\Rightarrow x = m\angle B'PB$



Sin pérdida de generalidad sea 4 la longitud de la arista;



$\triangle MFQ$ (Teorema de Pitágoras):

$$(MF)^2 = \sqrt{3}^2 + 7^2 \Rightarrow MF = 2\sqrt{13}$$

$$\text{sen } \delta = \frac{m}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} \Rightarrow m = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

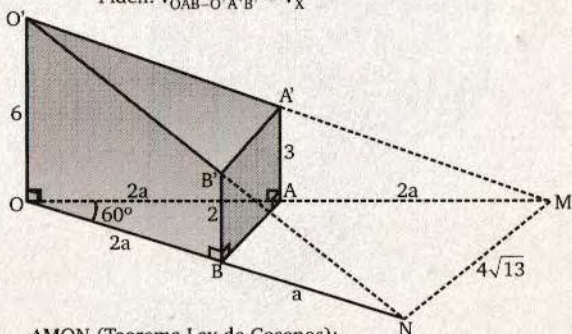
$$\text{Luego: } \tan x = \frac{4}{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}}$$

$$\therefore x = \arctan\left(\frac{2}{3}\sqrt{39}\right)$$

Rpta.: A

Resolución 67:

$$\text{Piden: } V_{OAB-O'A'B'} = V_X$$



$\triangle MON$ (Teorema Ley de Cosenos):

$$(4\sqrt{13})^2 = (4n)^2 + (3n)^2 - 2(12n^2)\cos 60^\circ$$

$$n = 4$$

$$\text{Luego: } V_X = \left(8^2 \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \left(\frac{2+3+6}{3}\right)$$

$$\therefore V_X = \frac{176}{3}\sqrt{3}$$

Rpta.: C

Resolución 68:

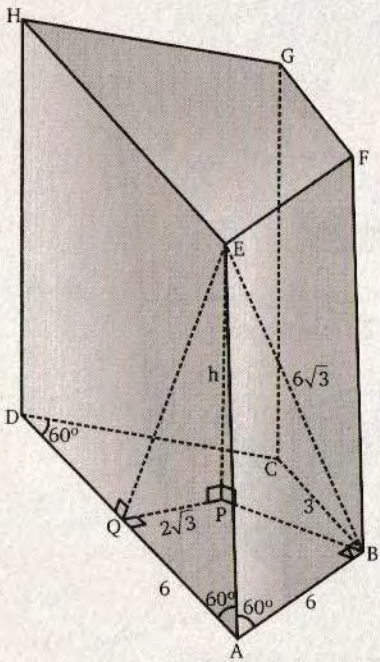
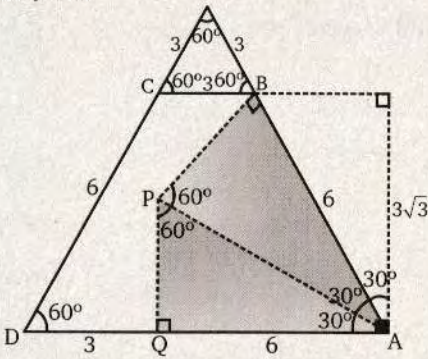
Piden: V

$\triangle ABE \cong \triangle AQE$ (Notables de 30° y 60°):

$EQ = EB = 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow \triangle EPQ \cong \triangle EPB$

Se observa que:



$\triangle QPE$ (Teorema de Pitágoras)

$(6\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 + h^2 \Rightarrow h = 4\sqrt{6}$

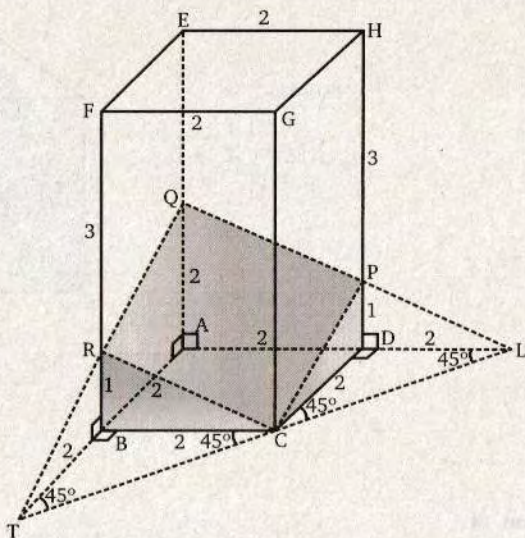
Luego:

$V = \left[\left(\frac{9+3}{2} \right) (3\sqrt{3}) \right] (4\sqrt{6})$

$\therefore V = 216\sqrt{2} \mu^3$

Rpta.: C

Resolución 69:



Piden : $S_L - (ABCD - PQRC)$

$\triangle TQA : \overline{RB}$ es base media $\Rightarrow TB = BA = 2$

$\triangle LQA : \overline{PD}$ es base media $\Rightarrow LD = DA = 2$

$\triangle TBC \wedge CDL$: Notables de 45°

$\Rightarrow T, C$ y L son colineales

$\Rightarrow C, P, Q$ y R son coplanares

$$\text{Luego : } S_X = 2 \left[\left(\frac{2+1}{2} \right) (2) + \frac{(2)(1)}{2} \right]$$

$$\therefore S_X = 8m^2$$

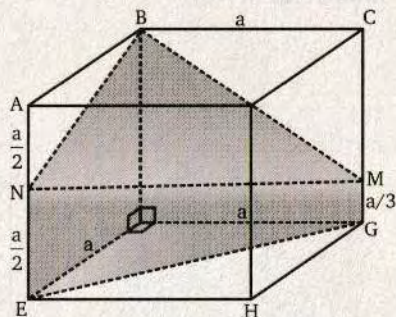
Rpta.: A

Resolución 70:

$$\text{Piden: } V_{\text{NBM-EFG}} = V_X$$

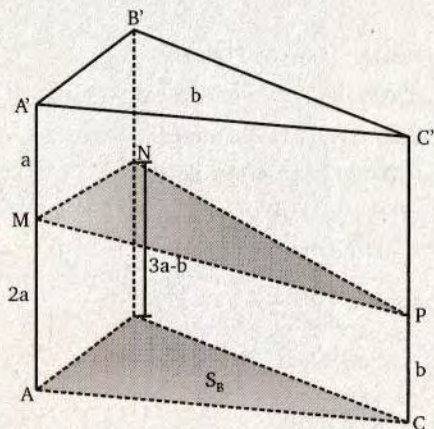
$$V_X = \left(\frac{a \times a}{2} \right) \left(\frac{\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + a}{3} \right)$$

$$V_X = \frac{11}{36} a^3$$



Rpta.: B

Resolución 71:



$$V_{\text{ABC-MNP}} = V_X$$

$$S_B \cdot 3a = 9$$

$$S_B \cdot a = 3 \quad \dots (I)$$

$$\Rightarrow V_X = S_B \left[\frac{2a + (3a - b) + b}{3} \right]$$

$$V_X = \frac{5}{3} (S_B - a) \dots (II)$$

Luego:

(I) en (II):

$$V_X = 5m^2$$

Rpta.: E

Resolución 72: Piden el volumen del tronco de paralelepípedo:

$$V_{\text{TRONCO}} = V_X$$

Datos:

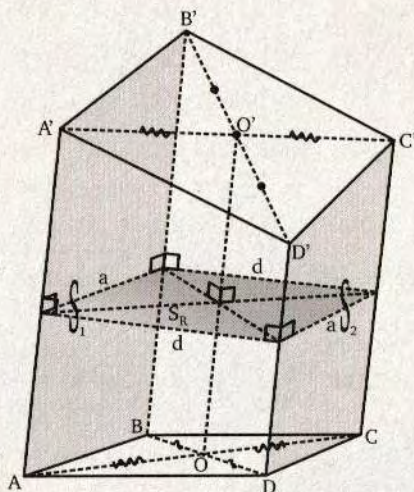
$$\begin{cases} S_{AA'BB'} = S_1 \\ S_{DD'CC'} = S_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \left(\frac{AA' + BB'}{2} \right) a \\ S_2 = \left(\frac{DD' + CC'}{2} \right) a \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = \left(\frac{AA' + BB'}{2} + \frac{DD' + CC'}{2} \right) a$$

$$S_1 + S_2 = \left(\frac{AA' + CC'}{2} + \frac{BB' + DD'}{2} \right) a$$

$$S_1 + S_2 = (\overline{OO'} + \overline{OO'})$$

$$S_1 + S_2 = 2a(\overline{OO'})$$



Teorema:

$$V_X = (S_R)(\overline{OO'}) \quad \dots (II)$$

(I) en (II):

$$V_X = (S_R) \left(\frac{S_1 + S_2}{2a} \right)$$

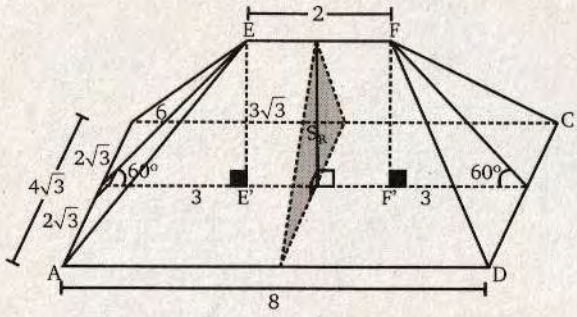
$$V_X = (ad) \left(\frac{S_1 + S_2}{2a} \right)$$

$$\therefore V_X = \frac{d}{2} (S_1 + S_2)$$

Rpta.: B

Resolución 73:

Piden: $V_{\text{SÓLIDO}} = V_X$



Se observa que el sólido es un tronco de prisma

$\Rightarrow V_X = S_R \left(\frac{8+8+2}{3} \right)$

$V_X = \left(\frac{4\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{18}{3} \right)$

$V_X = 108\mu^3$

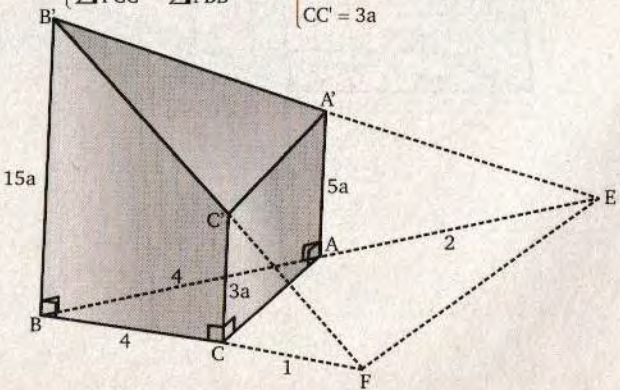
Rpta.: B

Resolución 74:

Piden: $\delta = \frac{V_{ABC-A'B'C'}}{V_{B-EBF}}$

$\begin{cases} \angle EAA' \sim \angle EBB' \\ \angle FCC' \sim \angle FBB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = 5a \\ BB' = 15a \\ CC' = 3a \end{cases}$

B'-EBF: Tronco de prisma triangular de aristas



$$\text{Luego: } \delta = \frac{S_{ABC} \left(\frac{15a + 5a + 3a}{3} \right)}{S_{EBF} \left(\frac{15a + 0 + 0}{3} \right)}$$

$$\Rightarrow \delta = \left(\frac{S_{ABC}}{S_{EBF}} \right) \left(\frac{23}{15} \right)$$

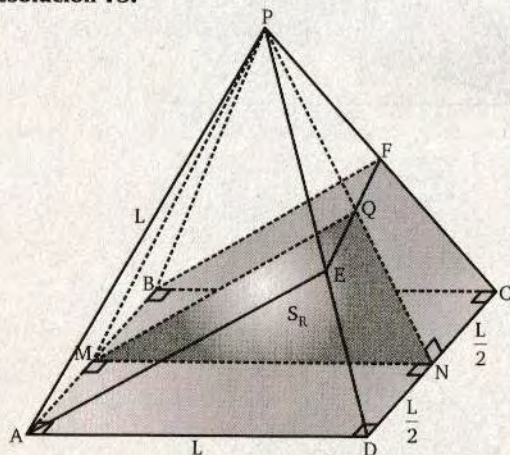
$\Rightarrow$ Teorema de relación de áreas

$$\delta = \left(\frac{4 \times 4}{6 \times 5} \right) \left(\frac{23}{15} \right)$$

$$\therefore \delta = \frac{184}{225}$$

Rpta.: D

Resolución 75:

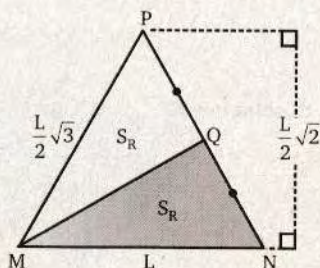


$$\text{Luego: } V_X = \left(\frac{\sqrt{2}}{8} L^2 \right) \left(\frac{L + L + \frac{L}{2}}{3} \right)$$

$$\therefore V_X = \frac{5\sqrt{2}}{48} L^3$$

$$\text{Piden: } V_{EF-ABCD} = V_{ADE-BCF} = V_X$$

Tronco de
prisma de
sección recta: MNQ



$$\Rightarrow 2S_R = \frac{1}{2} \left(L \times \frac{L}{2} \sqrt{2} \right)$$

$$\Rightarrow S_R = \frac{\sqrt{2}}{8} L^2$$

Rpta.: A

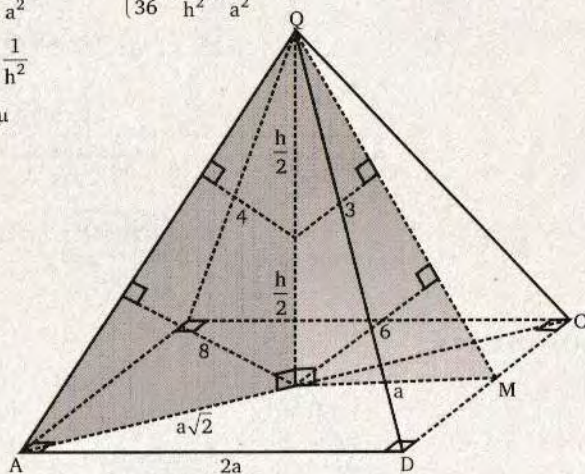
Resolución 76: Piden: $OH = h$

$\triangle AOH$ y $\triangle MOH$ (Relación métrica):

$$\begin{cases} \frac{1}{8^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} \\ \frac{1}{6^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{32} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \\ \frac{1}{36} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \end{cases}$$

$$\frac{4}{(32)(36)} = \frac{1}{h^2}$$

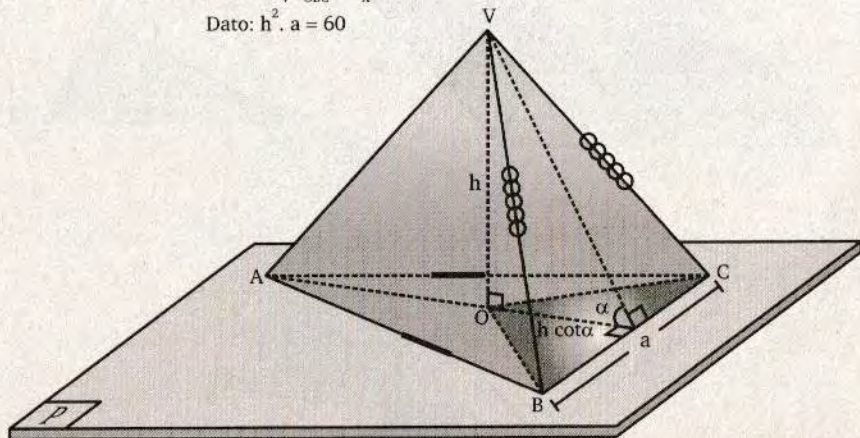
$$\therefore h = 12\sqrt{2}\mu$$



Rpta.: D

Resolución 77: Piden: $V_{V-OBC} = V_X$

Dato: $h^2 \cdot a = 60$



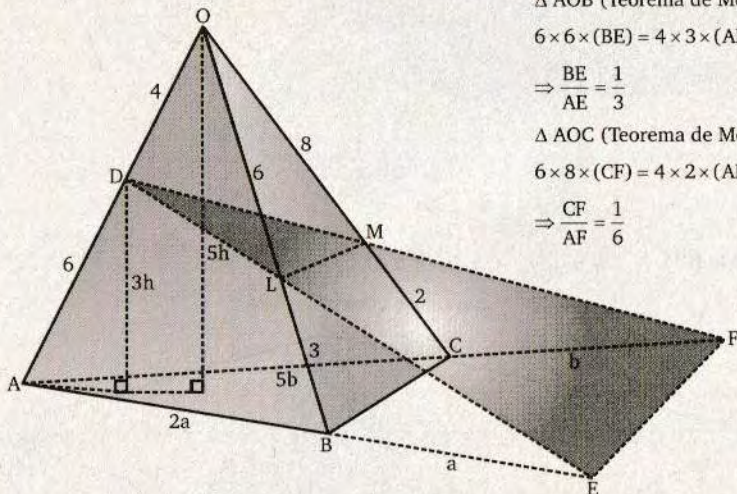
Sabemos:

$$V_X = \frac{1}{3} S_{\text{BASE}} \times h$$

$$V_X = \frac{1}{3} \left(\frac{a \times h \cot \alpha}{2} \right) h$$

$$V_X = \frac{1h^2 \cdot a}{3 \cdot 2} \cot \alpha$$

$$\therefore V_X = \frac{10}{\tan \alpha}$$

Rpta.: E**Resolución 78:**

$$\text{Piden: } \frac{V_{O-ABC}}{V_{D-AEF}}$$

 ΔAOB (Teorema de Menelao)

$$6 \times 6 \times (BE) = 4 \times 3 \times (AE)$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AE} = \frac{1}{3}$$

 ΔAOC (Teorema de Menelao)

$$6 \times 8 \times (CF) = 4 \times 2 \times (AF)$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{AF} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Luego: } \delta = \frac{\frac{1}{3}(S_{ABC})(5h)}{\frac{1}{3}(S_{AEF})(3h)}$$

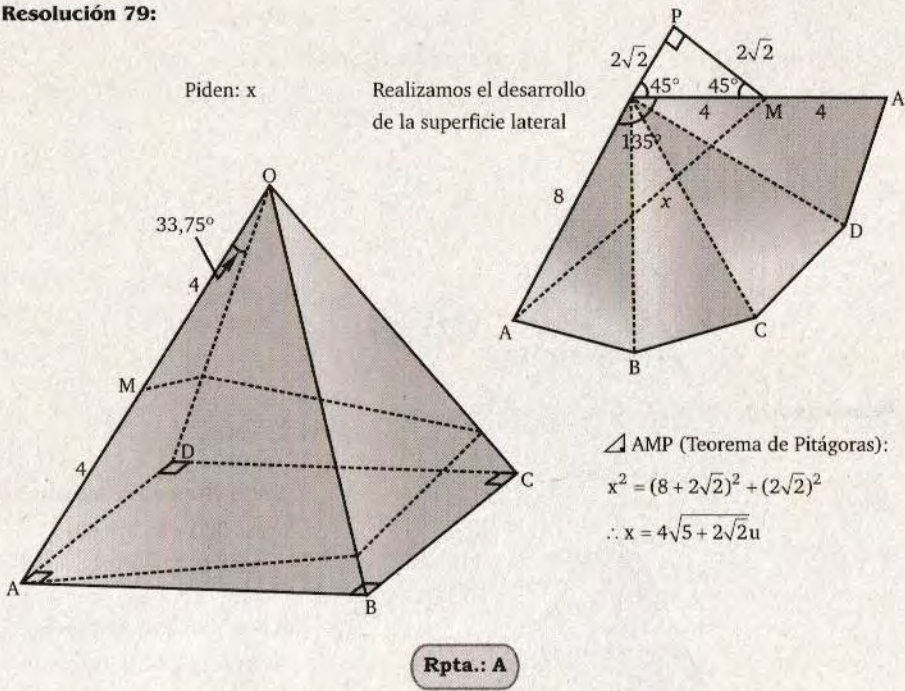
$$\delta = \left(\frac{S_{ABC}}{S_{AEF}} \right) \left(\frac{5}{3} \right)$$

$$\delta = \left(\frac{2a \cdot 5b}{3a \cdot 6b} \right) \left(\frac{5}{3} \right)$$

$$\therefore \delta = \frac{25}{27}$$

Rpta.: E

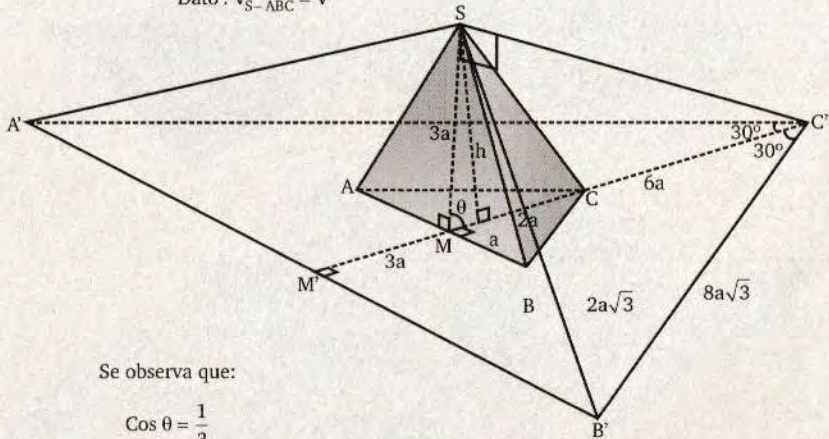
Resolución 79:



Resolución 80:

Piden: $V_{S-A'B'C'} = V_X$

Dato: $V_{S-ABC} = V$



ABC y A'B'C'; Regiones triangulares equiláteros de baricentro "G"

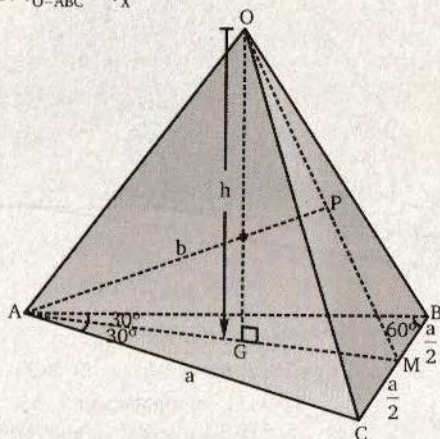
$$\Rightarrow \frac{V_X}{V} = \frac{\frac{1}{3}(S_{A'B'C'})(h)}{\frac{1}{3}(S_{ABC})(h)} = \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{8a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\therefore V_X = 16V$$

Rpta.: D

Resolución 81:

Piden: $V_{O-ABC} = V_X$



ΔABC : Equilátero de baricentro "G":

$$AM = \frac{a}{2}\sqrt{3} \wedge GM = \frac{a}{6}\sqrt{3}$$

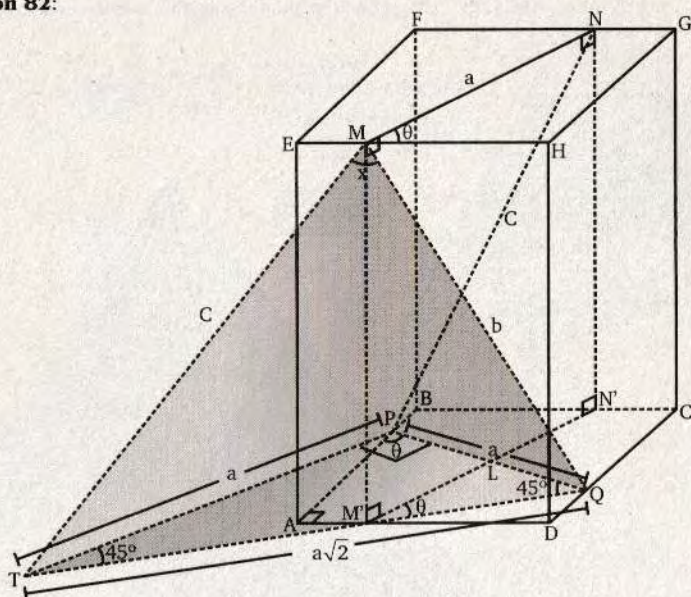
$$\tan \alpha = \frac{h}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{b}{\sqrt{\frac{3a^2 - 4b^2}{4}}} \Rightarrow h = \frac{ab\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 - 4a^2}}$$

$$\text{Luego: } V_X = \frac{1}{3} \left(a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \left(\frac{ab\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 - 4b^2}} \right)$$

$$V_X = \frac{a^3 b}{12\sqrt{3a^2 - 4b^2}}$$

Rpta.: E

Resolución 82:



Piden: $m\angle(\overline{MQ}, \overline{NP}) = x$

Proyectamos MN sobre $\square ABCD$

$\square APLM'$: Inscriptible $\rightarrow m\angle PLM' = m\angle PAM' = 90^\circ$

Trazamos $\overline{PT} \parallel \overline{MN'}$, tal que $TMNP$ es un paralelogramo

$\Rightarrow x = m\angle TMQ$

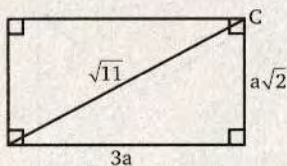
$\angle TPQ$ (Notable de 45°): $TD = a\sqrt{2}$

ΔTMQ (Teorema de cosenos):

$$(a\sqrt{2})^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos x$$

$$\therefore x = \arccos \left(\frac{b^2 + c^2 - 2a^2}{2bc} \right)$$

Rpta.: A

$$a = 1$$


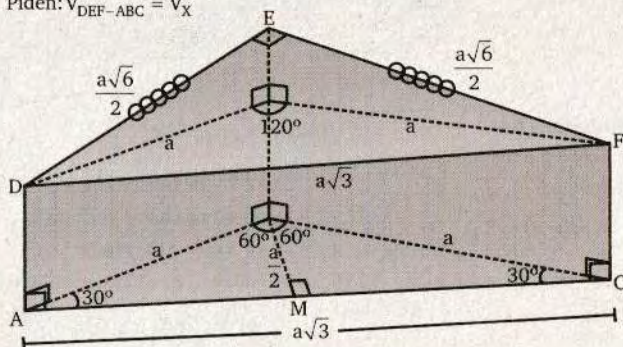
$$\text{Luego: } V_X = \left(a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right) (a\sqrt{2})$$

$$\therefore V_X = \frac{\sqrt{6}}{4} \mu^3$$

Rpta.: A

Resolución 85:

Piden: $V_{DEF-ABC} = V_X$



$$\text{DEP (Notable de } 45^\circ): DE = EF = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Delta_{\text{DET}} \text{ (Teorema de Pitágoras): } \left(\frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 = a^2 + (ET)^2 \Rightarrow ET = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow BE = a\sqrt{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Luego: } V_X = \left(\frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a}{2} \right) \left[\frac{1}{3} \left(a\sqrt{2} + a\sqrt{2} + \frac{3a\sqrt{2}}{2} \right) \right]$$

$$\therefore V_X = \frac{7\sqrt{6}}{24} a^3$$

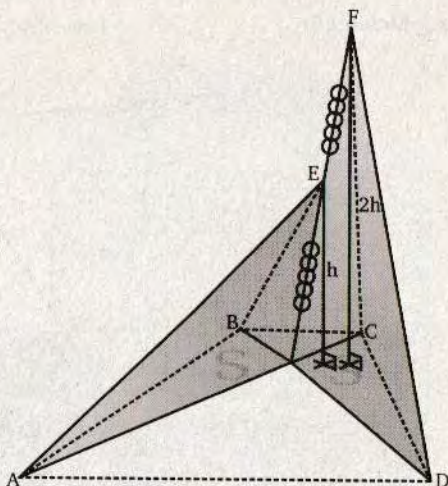
Rpta.: A

Resolución 86:

$$\text{Piden: } \frac{V_{E-BAO}}{V_{F-OCD}} = \delta$$

$$\text{Entonces: } \delta = \frac{\frac{1}{3}(S)(h)}{\frac{1}{3}(S)(2h)}$$

$$\delta = \frac{1}{2}$$

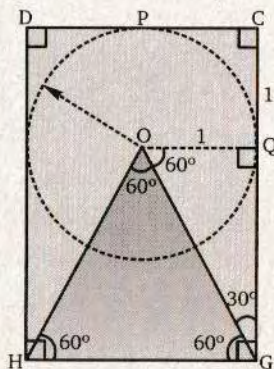
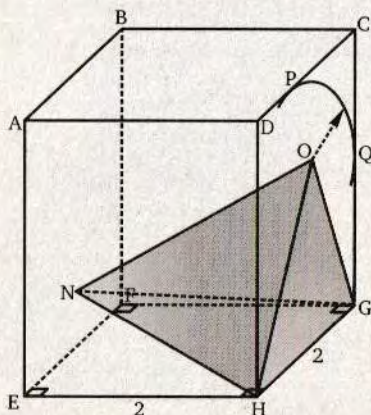


Rpta.: A

Resolución 87:

$$\text{Piden: } \frac{V_{ABCD-EFGH}}{V_{N-HOG}}$$

Sin pérdida de generalidad sea EH:



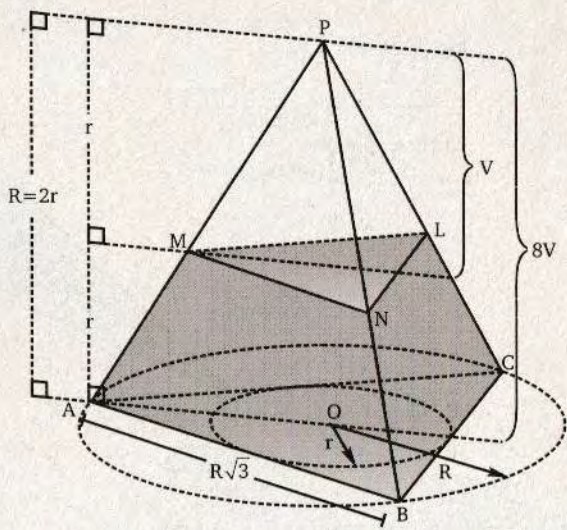
$$\text{Luego: } \delta = \frac{(2)^2(\sqrt{3}+1)}{\frac{1}{3}\left(\frac{2^2\sqrt{3}}{4}\right)(2)}$$

$$\delta = 2(\sqrt{3}+3)$$

Rpta.: A

Resolución 88:

Piden : $V_{\text{TRONCO}} = V_X$



RECUERDA

Para un triángulo equilátero de inradio r y circunradio R se cumple $R = 2r$

Por Teorema de pirámides semejantes:

$$\frac{V_{P-MNL}}{V_{P-ABC}} = \left(\frac{r}{2r}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \begin{cases} V_{P-MNL} = V \\ V_{P-ABC} = 8V \end{cases}$$
$$\Rightarrow V_X = 7V$$

$$\text{Luego : } 8V = \frac{1}{3} \left[(R\sqrt{3})^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \right] [R]$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{32} R^3$$

$$\therefore V_X = 7V = \frac{7\sqrt{3}}{32} R^3$$

Rpta.: A

Resolución 89:

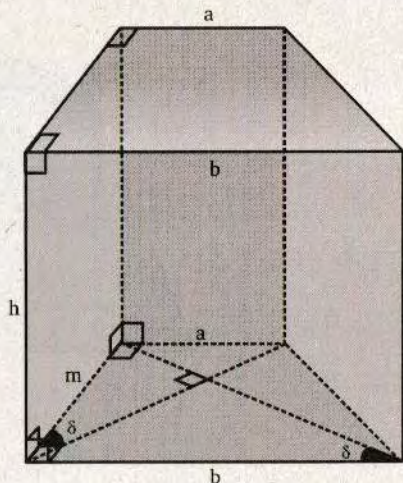
Piden: V

$$\text{Dato : } h = MH(a; b) = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\tan \delta = \frac{m}{b} = \frac{a}{m} \Rightarrow m = \sqrt{ab}$$

$$\text{Luego : } V = \left(\frac{a+b}{2} \right) \sqrt{ab} \left(\frac{2ab}{a+b} \right)$$

$$\therefore V = ab\sqrt{ab}$$



Rpta.: A

Resolución 90:

Piden: x

Datos:

$$\begin{cases} V_{\text{PRISMA}} = V \\ S_L = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{mn}{2} \cdot x = V \\ (m+n+a)x = L \end{cases}$$

Tambien:

$$a^2 = m^2 + n^2$$

$$\Rightarrow a^2 = (m+n)^2 - 2mn$$

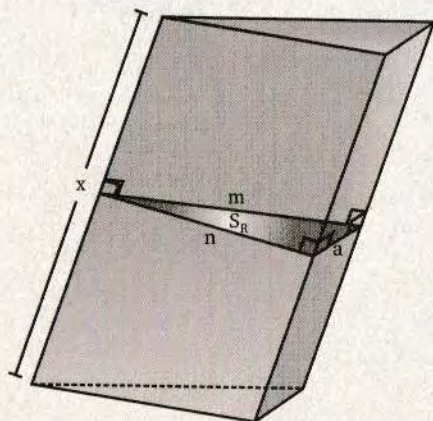
$$\Rightarrow a^2 = \left(\frac{L}{x} - a \right)^2 - 2 \left(\frac{2V}{x} \right)$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{L^2}{x^2} - \frac{2aL}{x} + a^2 - \frac{4V}{x}$$

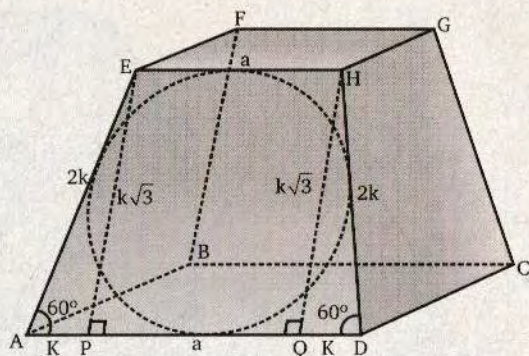
$$\Rightarrow \frac{2}{x}(aL + 2V) = \frac{L^2}{x^2}$$

$$\therefore x = \frac{L^2}{2(aL + 2V)}$$

Rpta.: A



Resolución 91:

Piden: S_T 

Teorema de Pitágoras:

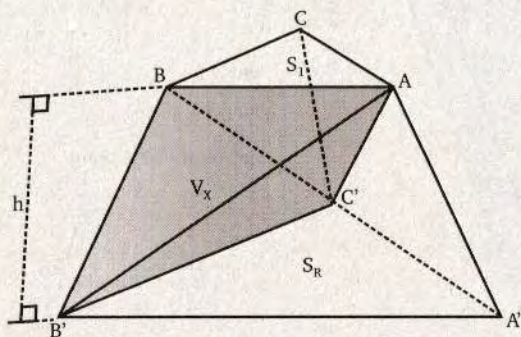
$$a + (a + 2k) = 2k + 2k \Rightarrow a = k$$

$$\text{Luego: } S_T = 4 \left(\frac{a + 3a}{2} \right) a\sqrt{3} + a^2 + (3a)^2$$

$$\therefore S_T = 2a^2(4\sqrt{3} + 5)$$

Rpta.: C

Resolución 92:

Piden: $V_{ABB'C} = V_X$

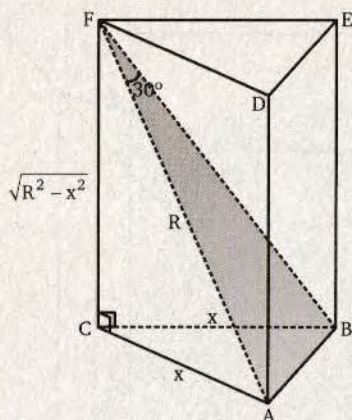
$$\Rightarrow V_X = V_{\text{TRONCO}} - \frac{1}{3}(S_1)(h) - \frac{1}{3}(S_2)(h)$$

$$\Rightarrow V_X = \frac{h}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) - \frac{h}{3}(S_1 + S_2)$$

$$\therefore V_X = \frac{h}{3}(\sqrt{S_1 S_2})$$

Rpta.: B

Resolución 93:



Piden: x

$$\text{Dato: } V = \frac{\sqrt{3+3\sqrt{3}}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{1+\sqrt{3}}$$

ΔAFB (Triángulo elemental de un dodecágono regular):

$$x = l_{12} = R\sqrt{2-\sqrt{3}} \Rightarrow R = x\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\text{Luego: } V = x^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{R^2 + x^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{1+\sqrt{3}}$$

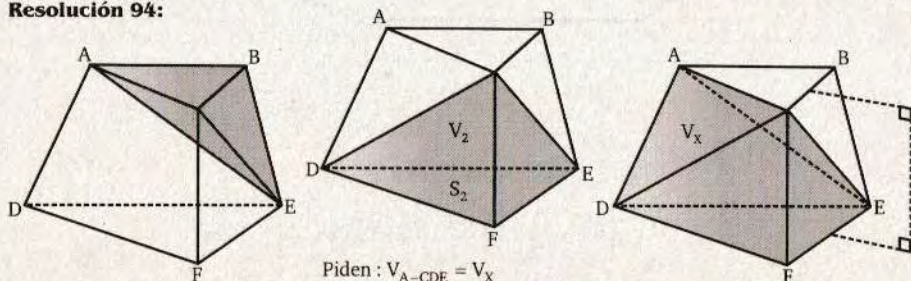
$$\Rightarrow x^2 \sqrt{(x\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 + x^2} = \sqrt{1+\sqrt{3}}$$

$$x^3 \sqrt{1+\sqrt{3}} = \sqrt{1+\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: E

Resolución 94:



$$\text{Piden: } V_{A-CDE} = V_X$$

$$\text{Del problema "93": } V_X = \frac{h}{3} (\sqrt{S_1 S_2}) \dots (I)$$

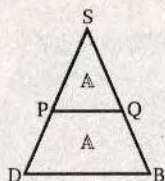
Del gráfico:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{S_1 h}{3} \\ V_2 = \frac{S_2 h}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3V_1}{h} = S_1 \\ \frac{3V_2}{h} = S_2 \end{cases} \dots (II)$$

$$(II) \text{ en } (I): V_X = \frac{h}{3} \left(\sqrt{\left(\frac{3V_1}{h} \right) \left(\frac{3V_2}{h} \right)} \right)$$

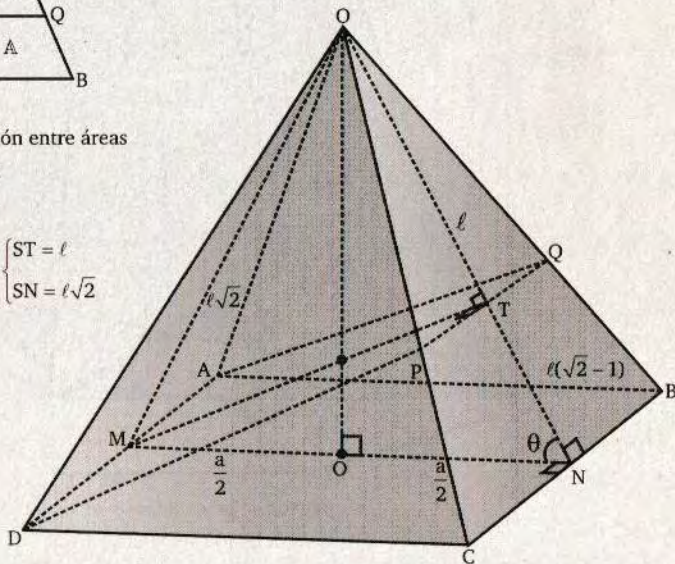
$$\therefore V_X = \sqrt{V_1 V_2}$$

Rpta.: C

Resolución 97: Piden: S_T Dato: $S_{SPQ} = S_{PQBC}$  $\Rightarrow$ Por relación entre áreas

$$\frac{A}{2A} = \left(\frac{ST}{SN}\right)^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{ST}{SN} \Rightarrow \begin{cases} ST = \ell \\ SN = \ell\sqrt{2} \end{cases}$$

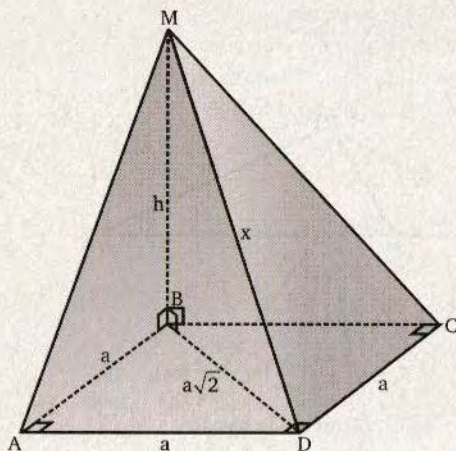
 $\triangle MNT \triangle SNO$:

$$\cos \theta = \frac{\ell(\sqrt{2}-1)}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{\ell\sqrt{2}} \Rightarrow \ell = \frac{a}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{Luego: } S_T &= S_{\text{BASE}} + S_L = a^2 + (2a)(\ell\sqrt{2}) \\ &= a^2 + (2a)\left(\frac{a}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}\right) \\ \therefore S_T &= a^2(1+\sqrt{4+2\sqrt{2}}) \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 98:



Piden: $X_{\text{mínimo}}$

Dato $V = 9\text{cm}^3$

△ MDB (Teorema de Pitágoras):

$$x^2 = h^2 + (a\sqrt{2})^2 \Rightarrow h = \sqrt{x^2 - 2a^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} a^2 \cdot \sqrt{x^2 - 2a^2} = 9$$

$$a^4(x^2 - 2a^2) = 27^2$$

$$a^2 \cdot a^2(x^2 - 2a^2) = 27^2$$

$$MA \geq MG$$

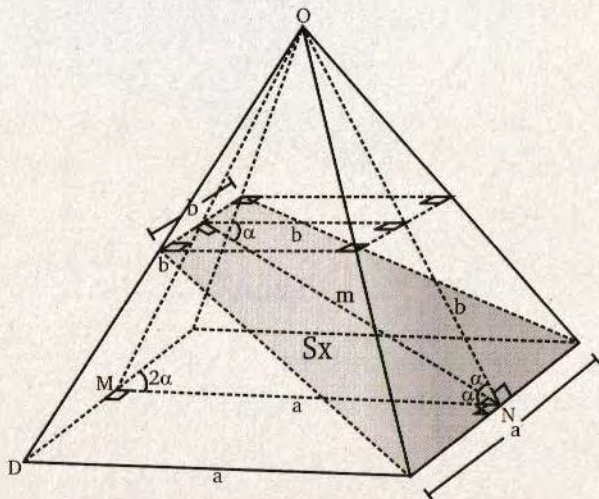
$$\Rightarrow \frac{a^2 + a^2 + (x^2 - 2a^2)}{3} \geq \sqrt[3]{27^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3} \geq 9$$

$$\Rightarrow x \geq 3\sqrt{3}$$

$$\therefore X_{\text{mínimo}} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

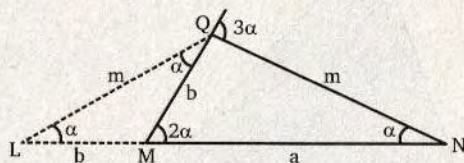
Rpta.: A

Resolución 99:

Piden el área de la sección: S_X

El cual es una región trapezoidal:

$$S_X = \left(\frac{a+b}{2} \right) m \quad \dots (I)$$



$$\Rightarrow a + b = 2m \cos \alpha$$

$$\Rightarrow S_X = \left(\frac{2m \cos \alpha}{2} \right) m = m^2 \cos \alpha \quad \dots (II)$$

ΔMQN (Teorema de senos):

$$\frac{m}{\sin 2\alpha} = \frac{a}{\sin 3\alpha} \Rightarrow m = \frac{a \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} \quad \dots (III)$$

$$(III) \text{ en } (II) : S_X = \left(\frac{a \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} \right)^2 \cos \alpha$$

$$\therefore S_X = a^2 \sin^2 2\alpha \cos \alpha \csc^2 3\alpha$$

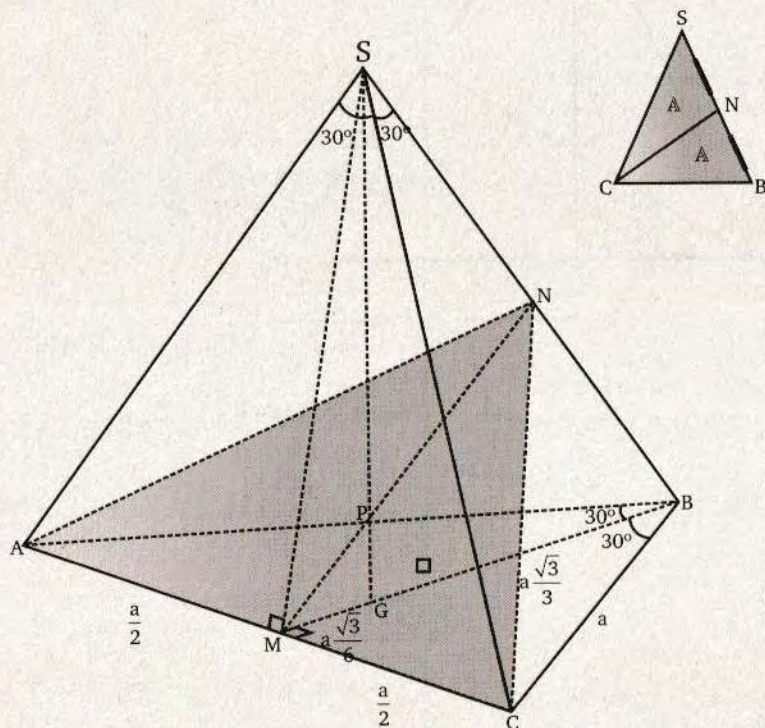
Rpta.: B

Resolución 100:

Piden: PG

Para que el plano a la pirámide en dos partes equivalentes debe contener a los puntos A, M y C; puesto que se generan las pirámides A-SCN y A-NCB de alturas comunes (distancia de A al plano SBC), en consecuencia sus volúmenes como las áreas de sus bases.

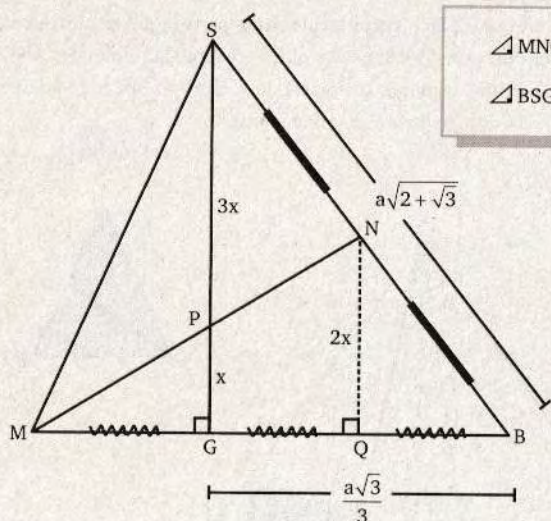
Se observa:



$$G: \text{Baricentro de la base} \Rightarrow BG = \frac{2}{3} \left(\frac{a}{3} \sqrt{3} \right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

ΔBSC (Δ Elemental de un dodecágono regular):

$$a = L_{12} = (BS)\sqrt{2 - \sqrt{3}} \Rightarrow BS = a\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

Δ MSB:

$\triangle MNQ : \overline{PG}$ es base media

$\triangle BSG : \overline{MQ}$ es base media

△ SBG (Teorema de Pitágoras):

$$(a\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (4x)^2$$

$$\therefore x = \frac{a}{12} \sqrt{15 + 9\sqrt{3}}$$

Rpta.: E

PROBLEMAS PROPUESTOS

- Calcular el área total de un prisma triangular recto cuya altura mide 4m, siendo su base un triangular equilátero cuyo perímetro es 18cm.
A) $18(4 + \sqrt{3})$ B) $22(2 + \sqrt{3})$
C) $12(4 + \sqrt{3})$
D) $6(6 + \sqrt{3})$ E) $18(2 + \sqrt{3})$
- Calcular el volumen de un prisma hexagonal regular cuyo desarrollo de su superficie lateral es una región cuadrada de 48m de perímetro.
A) $72m^3$ B) $72\sqrt{3}m^3$ C) $84m^3$
D) $84\sqrt{3}m^3$ E) $96m^3$
- En un prisma regular triangular, la arista lateral mide "a" y la diagonal del desarrollo de su superficie lateral mide 2a. Calcular el volumen de dicho sólido.
A) $a^3\sqrt{12}$ B) $2a^3\sqrt{3}/9$
C) $a^3\sqrt{3}/12$
D) $a^3\sqrt{3}/6$ E) $a^3\sqrt{3}/8$
- Calcular el volumen de un prisma hexagonal regular el cual está circunscrito a una esfera de radio R.
A) $2R\sqrt{3}$ B) $6R^3\sqrt{3}$ C) $4R^3\sqrt{3}$
D) $3R^3\sqrt{3}$ E) $BR^3\sqrt{3}$
- Un prisma tiene 90 aristas, hallar la suma de las medidas de los ángulos de todos sus caras.
A) $21\,500^\circ$ B) $20\,880^\circ$ C) $12\,460^\circ$
D) $15\,600^\circ$ E) $17\,920^\circ$
- Las áreas de las bases de dos pirámides semejantes. Son entre sí como 4 es a 9. hallar la relación de sus volúmenes.
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{8}{27}$ C) $\frac{4}{9}$
D) $\frac{4}{27}$ E) $\frac{3}{5}$
- Hallar el volumen de una pirámide regular hexagonal, sabiendo que las caras laterales forman diedros de 45° con la base y las aristas básicas tienen longitudes "a". dar como respuesta el volumen.
A) a^3 B) $\frac{3}{2}a^3$ C) $\frac{4}{3}a^3$
D) $\frac{3}{4}a^3$ E) $\frac{2}{3}a^3$
- En qué relación se encuentran los volúmenes de los sólidos parciales que determina el plano mediatriz de la altura de una pirámide.
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{7}$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

9. El número de caras de una pirámide es 10. Hallar la suma de las medidas de los ángulos todas las caras.
- A) 3600° B) 2880° C) 2800°
D) 2400° E) 2500°
10. Establecer una relación entre el número de caras "C", número de vértices "V", números de aristas "A", de una pirámide.
- A) $A=2C$ B) $V=C$ C) $2V=C$
D) $V=C/2$ E) $V=C/3$
11. Calcular el volumen de un paralelepípedo cuya diagonal de la base mide 2cm y los lados uno es el triple del otro. Además el paralelepípedo tiene una altura de 10 cm.
- A) 30 cm^3 B) 36 cm^3 C) 40 cm^3
D) 45 cm^3 E) 50 cm^3
12. El volumen de un prisma cuadrangular es 80 cm^3 y tiene una altura de 12 cm. Calcular la longitud de la arista básica.
- A) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B) $\sqrt{15}$ C) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$
D) $2\sqrt{15}$ E) $3\sqrt{15}$
13. Calcular el área de la superficie total de un cubo equivalente a un ortoedro de 18 cm de largo, 16 cm de ancho y 6 cm de alto.
- A) 648 cm^2 B) 846 cm^2 C) 800 cm^2
D) 864 cm^2 E) 874 cm^2
14. Un ortoedro tiene 12 cm de largo, su ancho y alto están en la relación de 4:3. Calcular su área total sabiendo que tiene 576 cm^3 de volumen.
- A) 432 cm^2 B) 423 cm^2 C) 224 cm^2
D) 324 cm^2 E) 424 cm^2
15. La base de una pirámide es hexagonal regular de $4\sqrt{3}\text{ cm}$ de lado, la altura de la pirámide mide 8 cm. Calcular el área de la superficie lateral.
- A) $100\sqrt{3}\text{ cm}^2$ B) $115\sqrt{3}\text{ cm}^2$
C) $120\sqrt{3}\text{ cm}^2$
D) $125\sqrt{3}\text{ cm}^2$ E) $130\sqrt{3}\text{ cm}^2$
16. Calcular el volumen de una pirámide hexagonal regular, sabiendo que las aristas laterales son el triple de las longitudes de los lados de la base y que el lado de la base es "a"
- A) a^3 B) $a^3\sqrt{2}$ C) $a^3\sqrt{3}$
D) $a^3\sqrt{6}$ E) $2a^3\sqrt{2}$
17. Calcular el área lateral de un tronco de pirámide de base pentagonal, sabiendo que si el lado de la base mayor es 3a, la arista 2a y el lado de la base menor es a.
- A) $12a^2$ B) $10a^2\sqrt{2}$ C) $a^2\sqrt{3}$
D) a^2 E) $6a^2\sqrt{3}$

18. Las bases de un tronco de pirámide son regiones triangulares equiláteras cuyos lados miden 4cm y 2cm, la altura del tronco es 5cm. Calcular su volumen.

A) $\frac{35}{3}\sqrt{3}\text{cm}^3$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{3}\text{cm}^3$
 C) $\sqrt{3}\text{cm}^3$
 D) $\frac{35}{5}\sqrt{3}\text{cm}^3$ E) 1cm^3

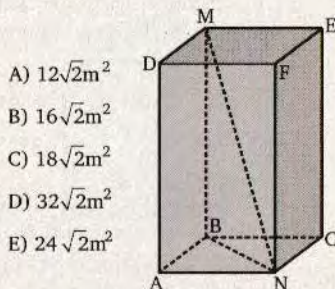
19. Una prisma recto tiene 4m de altura, su base está limitada un cuadrilátero inscriptible cuyos lados $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ tienen igual longitud y cada una de ellas mide 6 m. calcule el volumen del prisma, si $m(\overline{BG}) = m(\overline{CD})$ y el ángulo BAD mide 60° .

A) $45\sqrt{3}\text{cm}^3$ B) $46\sqrt{3}\text{cm}^3$
 C) $47\sqrt{3}\text{cm}^3$
 D) $48\sqrt{3}\text{cm}^3$ E) $49\sqrt{3}\text{cm}^3$

20. Un prisma oblicuo tiene por sección recta una región trapezoidal rectangular, cuyas bases miden: 3m y 8m y cuya altura mide 5m. la arista del prisma mide 6m, y su altura 5m. Halle el área total de la superficie del prisma. ($\sqrt{2} = 1,41$)

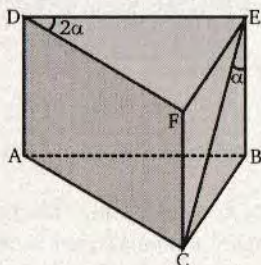
A) $204,3\text{ cm}^2$ B) $214,3\text{ cm}^2$
 C) $224,3\text{ cm}^2$
 D) $234,3\text{ cm}^2$ E) $244,3\text{ cm}^2$

21. En la figura, ABCN - DMEF es un prisma regular. Si $m\angle BNM = 53^\circ$ y $MN = 5\text{m}$. Hallar el área de la superficie lateral del prisma.



A) $12\sqrt{2}\text{m}^2$
 B) $16\sqrt{2}\text{m}^2$
 C) $18\sqrt{2}\text{m}^2$
 D) $32\sqrt{2}\text{m}^2$
 E) $24\sqrt{2}\text{m}^2$

22. En la figura ABC - DEF es una prisma recto. Si $DF = DE$, $EB = 6\text{m}$ y $BC = 4\text{m}$. Hallar el volumen del prisma.



A) 18 m^3 B) 27 m^3 C) 48 m^3
 D) 32 m^3 E) 36 m^3

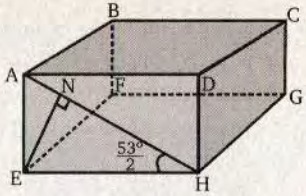
23. Las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo son proporcionales a los números 1, 2 y 3 y su diagonal mide $3\sqrt{14}\text{m}$. Hallar el área total de la superficie del paralelepípedo.

A) 198 m^2 B) 172 m^2 C) 188 m^2
 D) 202 m^2 E) 208 m^2

24. La altura de un prisma recto mide 10 cm y la base es una región limitada por un trapecio isósceles cuyas bases y lados no paralelos miden 4 cm, 14 cm y 13 cm, respectivamente. Hallar el área de la superficie total del prisma.

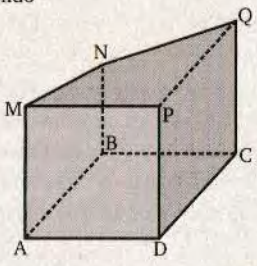
A) 836 cm^2 B) 640 cm^2 C) 680 cm^2
D) 650 cm^2 E) 856 cm^2

25. En la figura, ABCD – EFGH es un paralelepípedo rectángulo. Si $EN=1\text{ cm}$ y $AB=2\sqrt{5}$, hallar el área total de la superficie del sólido.



A) 25 cm^2 B) 30 cm^2 C) 35 cm^2
D) 40 cm^2 E) 45 cm^2

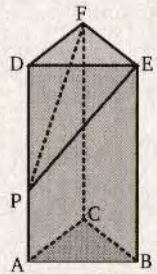
26. En la figura ABCD – MNQP es un tronco de prisma regular. Si $AB=5\text{ m}$ y $BN + DP = 6\text{ m}$, hallar el volumen del sólido



A) 85 m^3 B) 80 m^3 C) 65 m^3
D) 70 m^3 E) 75 m^3

27. En la figura ABC - DFE es un prisma regular, $AB=4\text{ cm}$ y $EB = 20\text{ cm}$. Hallar AP de tal manera que los volúmenes de los sólidos P-DFE y ACB-DFE sean como 1 a 3.

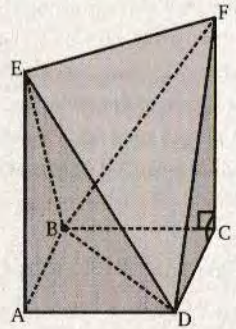
A) 5cm
B) 6cm
C) 4cm
D) 3cm
E) 7cm



28. En un prisma oblicuo, la sección recta es una región limitada por un trapecio rectángulo cuya altura mide 4m y sus bases miden 4 m y 7 m. Si la arista lateral del prisma mide 6m, hallar el área de la superficie lateral.

A) 112 m^2 B) 120 cm^2 C) 140 m^2
D) 136 m^2 E) 144 m^2

29. En la figura, ABCD es un cuadrado. Si $AB= 2\text{ m}$, $AE = 15\text{ m}$ y $CF = 18\text{ m}$, hallar el volumen del sólido E-BFD



A) 22 m^3 B) 24 m^3 C) 20 m^3
D) 18 m^3 E) 26 m^3

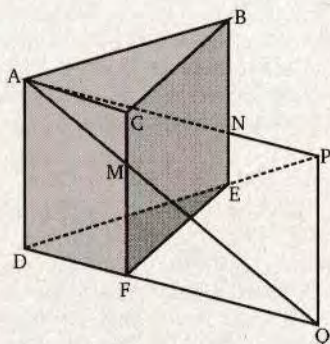
30. En un prisma oblicuo, la sección recta es una región cuadrangular regular, la distancia entre dos aristas laterales es $3\sqrt{2}\text{ m}$ y la arista lateral mide 5 m . Hallar el volumen del prisma.

A) 54 m^3 B) 42 m^3 C) 48 m^3
D) 40 m^3 E) 45 m^3

31. La base de un prisma cuadrangular regular es la base de un cubo de volumen 216 cm^3 y el área de la superficie lateral del prisma es igual al área de la superficie del cubo. Hallar el volumen del prisma.

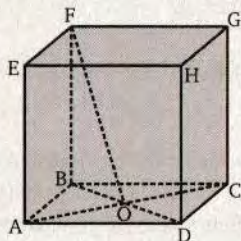
A) 324 m^3 B) 348 m^3 C) 288 m^3
D) 298 m^3 E) 300 m^3

32. En la figura, $ABC - DEF$ es un prisma regular de volumen 60 m^3 . Si $DE = 2EP$ y $FQ = 2DF$, hallar el volumen del tronco de prisma $ANM - DEF$.



A) 30 m^3 B) 40 m^3 C) 65 m^3
D) 52 m^3 E) 25 m^3

33. En la figura $ABCD - EFGH$ es un prisma regular. Si $m\angle POB = 53^\circ$ y $OC = 3\sqrt{2}\text{ cm}$, hallar el volumen del prisma.



A) $144\sqrt{2}\text{ m}^3$ B) $140\sqrt{2}\text{ m}^3$
C) $130\sqrt{2}\text{ m}^3$
D) $148\sqrt{2}\text{ m}^3$ E) $154\sqrt{2}\text{ m}^3$

34. En un prisma oblicuo, la sección recta es una región triangular regular de $\sqrt{3}\text{ m}^2$ de área y las aristas laterales miden 3 m cada una. Hallar el área de la superficie total del prisma.

A) 18 m^2 B) 21 m^2 C) 25 m^2
D) 12 m^2 E) 15 m^2

35. En una pirámide cuadrangular regular $E-ABCD$, al ángulo que forma cada arista lateral con la base mide 45° . Si $EC = 8\sqrt{2}\text{ m}$, hallar el área de la superficie lateral de la pirámide.

A) $130\sqrt{3}\text{ m}^2$ B) $120\sqrt{3}\text{ m}^2$
C) $128\sqrt{3}\text{ m}^4$
D) $136\sqrt{3}\text{ m}^2$ E) $140\sqrt{3}\text{ m}^2$

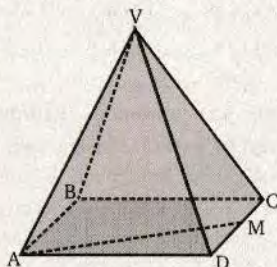
36. En un hexaedro regular se inscribe una pirámide cuadrangular regular. Si la arista del hexaedro mide 2m, hallar el área de la superficie total de la pirámide.

A) $4(\sqrt{5} + 1)m^2$ B) $4(\sqrt{3} + 1)m^2$
 C) $2(\sqrt{5} + 1)m^2$
 D) $2(\sqrt{3} + 1)m^2$ E) $3(\sqrt{3} + 1)m^2$

37. En un tronco de pirámide triangular regular, el apotema de la cara lateral mide 8m y el perímetro de su base media es 30m. Hallar el área de la superficie área de la superficie lateral del tronco de pirámide.

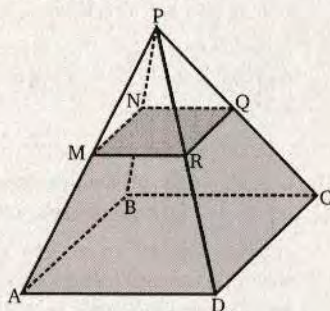
A) $120m^2$ B) $220m^2$ C) $228m^2$
 D) $240m^2$ E) $246m^2$

38. En la figura V - ABCD es una pirámide regular. Si $DM = MC$, $AM = VC$ y $AD = 4m$, hallar el volumen de la pirámide.



A) $\frac{16\sqrt{3}}{5}m^3$ B) $\frac{23\sqrt{3}}{7}m^3$
 C) $\frac{36\sqrt{3}}{5}m^3$
 D) $\frac{32\sqrt{3}}{3}m^3$ E) $\frac{22\sqrt{3}}{3}m^3$

39. En la figura P - ABCD es una pirámide regular, $AB = 4m$ y $PC = 2\sqrt{3}m$. Si MR es igual a la longitud de la altura de la pirámide, hallar el volumen del tronco MNQR - ABCD.



A) $\frac{28}{3}m^3$ B) $\frac{25}{3}m^3$ C) $\frac{31}{3}m^3$
 D) $\frac{32}{3}m^3$ E) $\frac{26}{3}m^3$

40. El volumen de una pirámide cuadrangular regular es $192cm^3$. Si su altura mide 8cm, hallar la distancia del centro de la base a una arista lateral.

A) 5 cm B) 6 cm C) 4,8 cm
 D) 4 cm E) 4,2 cm

41. Una pirámide O=ABC tiene un triedo trirectángulo en el vértice O. Si $AC = 3\sqrt{5}m$, $OA=OB$ y $OC=2AO$, hallar el volumen de la pirámide.

A) $7m^3$ B) $8m^3$ C) $9m^3$
 D) $10m^3$ E) $11m^3$

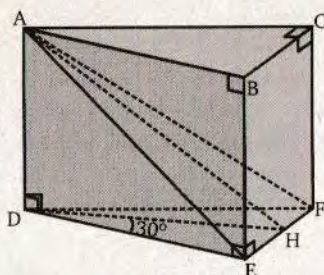
42. Hallar el volumen de la paralelepípedo rectangular, si las áreas de la base y de las caras laterales son $8m^2$, $12m^2$ y $6m^2$ respectivamente.

A) $26m^3$ B) $24m^3$ C) $28m^3$
 D) $30m^3$ E) $32m^3$

43. En un prisma triangular regular, la altura y la arista básica son congruentes. Si el área de la superficie total es $4(\sqrt{3} + 6)m^2$, hallar la longitud de la arista lateral.

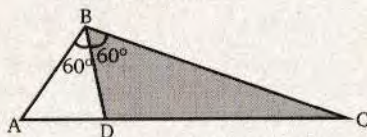
A) $\sqrt{3}m$ B) $\sqrt{2}m$ C) $2\sqrt{3}m$
D) $2\sqrt{2}m$ E) $\sqrt{5}m$

44. En la figura ABC-DEF es un prisma regular. Si $AD=3m$ y la región triangular EAF determina con la base un diedro que mide 45° , hallar el área total del prisma.



A) $24\sqrt{5}m^2$ B) $12\sqrt{6}m^2$ C) $12\sqrt{3}m^2$
D) $36\sqrt{3}m^2$ E) $24\sqrt{3}m^2$

45. En la figura $AB=6m$ y $BC=12m$. Si la base de un prisma recto de $10m$ de altura es la región triangular DBC, hallar su volumen.

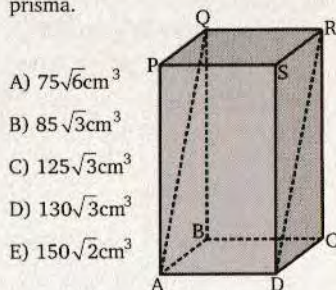


A) $120\sqrt{2}m^3$ B) $120\sqrt{3}m^3$
C) $72\sqrt{6}m^3$
D) $96\sqrt{3}m^3$ E) $112\sqrt{2}m^3$

46. En un prisma regular de base pentagonal, una de sus caras laterales tiene área de $16m^2$ y la longitud del apotema de la base es $4m$. Hallar el volumen del prisma.

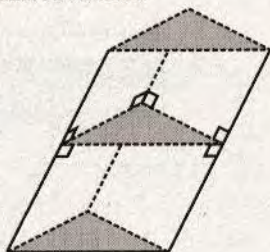
A) $140m^3$ B) $148m^3$ C) $120m^3$
D) $150m^3$ E) $160m^3$

47. En la figura, PQRS - ABCD es un prisma regular. Si el área de la región AQRD es $50cm^2$, hallar el volumen del prisma.



A) $75\sqrt{6}cm^3$
B) $85\sqrt{3}cm^3$
C) $125\sqrt{3}cm^3$
D) $130\sqrt{3}cm^3$
E) $150\sqrt{2}cm^3$

48. En la figura, la sección recta del prisma oblicuo es una región triangular, donde se inscribe una circunferencia de $5cm$ de radio. Si el área lateral del prisma es $26cm^2$. Hallar su volumen.



A) $65cm^3$ B) $52\sqrt{2}cm^3$
C) $40\sqrt{5}cm^3$
D) $70cm^3$ E) $62cm^3$

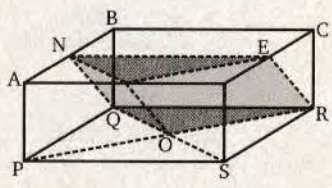
49. En un tronco de prisma triangular oblicuo cuya base inferior es una región triangular de área 100 cm^2 , sus aristas laterales miden 6 cm, 8 cm y 10 cm, las cuáles están inclinadas 30° con respecto a la base inferior. Hallar el volumen del sólido.

A) 350 cm^3 B) 300 cm^3 C) 400 cm^3
D) 420 cm^3 E) 450 cm^3

50. En un hexaedro regular, la distancia de un vértice al centro de la cara opuesta es 9cm. Hallar el volumen del hexaedro.

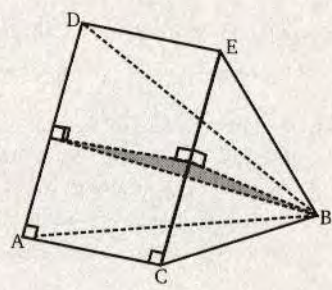
A) $180\sqrt{3}\text{ cm}^3$ B) $162\sqrt{6}\text{ cm}^3$
C) $156\sqrt{6}\text{ cm}^3$
D) $192\sqrt{6}\text{ cm}^3$ E) $198\sqrt{3}\text{ cm}^3$

51. En la figura ABCD-PQRS es un paralelepípedo rectángulo. M, N y E son puntos medios. Si $PS=8\text{ m}$, $SR=6\text{ m}$ y $RC=4\text{ m}$, hallar el área de la sección recta del prisma MNE-OQR.



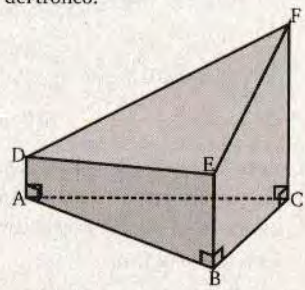
A) $8,2\text{ m}^2$ B) $8,6\text{ m}^2$
C) $9,2\text{ m}^2$
D) $9,6\text{ m}^2$ E) $9,8\text{ m}^2$

52. En la figura ABC-DBE es un tronco de prisma, la sección recta es una región triangular regular equivalente a la región rectangular ADEC. Si $AC=4\text{ m}$, hallar el volumen del tronco.



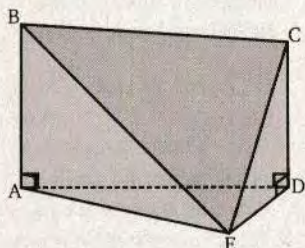
A) 12 m^3 B) 6 m^3 C) 10 m^3
D) 8 m^3 E) 9 m^3

53. En la figura, DEF-ABC es un tronco de prisma regular. Si $AD=2\text{ m}$, $BE=4\text{ m}$, $CF=6\text{ m}$ y $AB=6\text{ m}$, hallar el volumen del tronco.



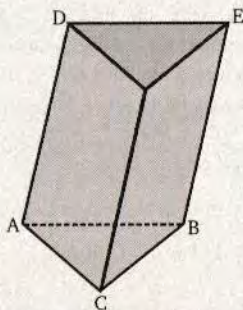
A) $30\sqrt{3}\text{ m}^3$ B) $20\sqrt{3}\text{ m}^3$
C) $36\sqrt{3}\text{ m}^3$
D) $40\sqrt{3}\text{ m}^3$ E) $24\sqrt{3}\text{ m}^3$

54. En la figura, el área de la región triangular AED es 20 m^2 y $AB + CD = 9\text{m}$. Hallar el volumen del sólido AED-BEC.



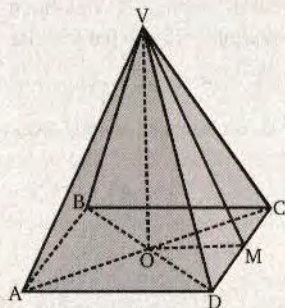
- A) 50 m^3 B) 80 m^3 C) 30 m^3
D) 40 m^3 E) 60 m^3

55. En la figura, $BC = 2AC = 6\text{m}$ y su altura mide 4m . Hallar el máximo volumen del prisma oblicuo ABC-DEF.



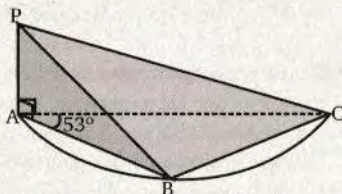
- A) 30 m^3 B) 40 m^3 C) 32 m^3
D) 42 m^3 E) 36 m^3

56. En la figura, V-ABCD es una pirámide regular, $CM = MD$ y en el triángulo VOM se puede inscribir una circunferencia de 2m de longitud. Si $OV = 4\text{m}$, hallar el área de la superficie lateral de la pirámide.



- A) 54 m^2 B) 54 m^2 C) 54 m^2
D) 54 m^2 E) 54 m^2

57. En la figura, $\overline{AC}$ es diámetro. Si $PC = 8\sqrt{13}\text{cm}$ y $PB = 24\text{cm}$, hallar el área de la superficie total de la pirámide P-ABC.

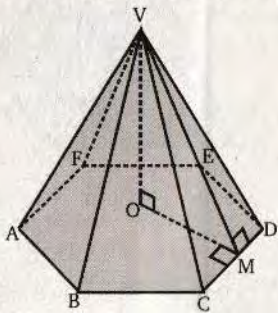


- A) $72(3\sqrt{3} + 5)\text{cm}^2$
B) $96(2\sqrt{3} + 3)\text{cm}^2$
C) $48(4\sqrt{3} + 3)\text{cm}^2$
D) $72(4\sqrt{3} + 3)\text{cm}^2$
E) $56(4\sqrt{3} + 3)\text{cm}^2$

58. En una pirámide cuadrangular regular, la arista lateral y la diagonal de la base miden 10cm y 12cm respectivamente. Hallar el volumen de la pirámide.

- A) 144 cm^3 B) 168 cm^3 C) 192 cm^3
D) 248 cm^3 E) 224 cm^3

59. En la figura, el área total de la pirámide hexagonal regular es $\frac{15}{8}\sqrt{3}m^2$ y su apolema mide $\sqrt{3}m$. Hallar la longitud de su arista básica.



- A) 1m B) $\frac{3}{2}m$ C) $\sqrt{2}m$
D) $\frac{\sqrt{3}m}{2}$ E) $\frac{1}{2}m$
60. Un tetraedro regular de 240 cm^2 de área de la superficie total es seccionado por un plano paralelo a la base que pasa por los puntos medios de las aristas laterales. Hallar el área de la superficie total del tronco de pirámide.
- A) 196 cm^2 B) 210 cm^2 C) 220 cm^2
D) 224 cm^2 E) 228 cm^2
61. En una pirámide se traza un plano paralelo a la base tal que los volúmenes de los sólidos determinados están en la relación como 27 es a 37. Si la altura de la pirámide mide $4u$, entonces la distancia del vértice de la pirámide al plano es

62. En una pirámide cuadrangular regular, la arista lateral y la arista básica tienen la misma longitud y el área de la superficie total de la pirámide es $(16\sqrt{3} + 1)\text{ cm}^2$. Hallar la medida de la arista básica.

- A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm
D) 5 cm E) 6 cm

63. En un tronco de pirámide regular ABC-DEF, el área de la base menor es $4\sqrt{3}m^2$; $m\angle ADF = 60^\circ$ y $BE = 4m$. Hallar el área de la superficie total del tronco.

- A) $48\sqrt{3}m^2$ B) $50\sqrt{3}m^2$
C) $54\sqrt{3}m^2$
D) $56\sqrt{3}m^2$ E) $60\sqrt{3}m^2$

64. Se tiene un prisma cuadrangular regular ABCD-MNPQ, en el cual O es centro de la base ABCD, R es punto medio de la arista $\overline{MN}$. Si: $4(OR) = 5(PC)$ y $MP = 6\sqrt{2}m$. Calcule el volumen del prisma.

- A) $6m^3$ B) $18m^3$ C) $72m^3$
D) $144m^3$ E) $100m^3$

65. Dado un prisma hexagonal regular ABCDEF-MNPQRS de volumen igual a $108\mu^3$ y las aristas laterales son de igual longitud que las aristas básicas, en las aristas $\overline{BN}$ y $\overline{CP}$ se ubican los puntos G y H, tal que $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$. Calcule el volumen del prisma EHR-FGS.

- A) $12\sqrt{3}\mu^3$ B) $10\sqrt{3}\mu^3$ C) $12\mu^3$
D) $16\mu^3$ E) $16\sqrt{3}$

66. En un prisma triangular recto $ABC-A'B'C'$, $MB' = 5$, $AB = BC = 6$, $m\angle A'B'C' = 120^\circ$ y M es punto medio de $\overline{AC}$. Calcule el volumen del prisma.

A) $36\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{3}$ E) $16\sqrt{3}$

67. Se tiene un prisma cuadrangular regular $ABCD-EFGH$, en la prolongación de la arista $\overline{GH}$ y en el punto medio de $\overline{DH}$ se ubican los puntos P y M respectivamente, tal que: $m\angle PMH = 53^\circ/2$, $AB = PH$ y G dista de $\overline{CH}$ 4 cm. Calcule el volumen del prisma.

A) $12\sqrt{17}\text{cm}^3$ B) $68\sqrt{17}\text{cm}^3$
C) $60\sqrt{17}\text{cm}^3$
D) $50\sqrt{17}\text{cm}^3$ E) $15\sqrt{17}\text{cm}^3$

68. Calcule el volumen de un prisma cuadrangular regular, si el desarrollo de su superficie lateral es una región cuadrada cuyo lado es de longitud L .

A) $\frac{L^3}{16}$ B) $\frac{L^3}{12}$ C) $\frac{L^3}{13}$
D) $\frac{L^3}{15}$ E) $\frac{L^3}{17}$

69. Dado un prisma cuadrangular regular $ABCD-EFGH$, si: $m\angle EDG = 60^\circ$ y $AC = 4\sqrt{2}\text{cm}$, calcule el volumen del prisma.

A) 64cm^3 B) 60cm^3 C) 50cm^3
D) 40cm^3 E) 10cm^3

70. En un prisma hexagonal regular $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$, en la cara $CDD'C'$ se traza una semicircunferencia, cuyo diámetro es $\overline{CC'}$, en la cual se ubica el punto $(P \in \overline{CC'})$ luego se traza $\overline{PH} \perp \overline{DD'}$ ($H \in \overline{DD'}$). Si $CP = 8u$ y $CD = DH$, calcule el área de la superficie lateral de dicho prisma.

A) $100u^2$ B) $384u^2$ C) $300u^2$
D) $252u^2$ E) $160u^2$

71. Se tiene una pirámide hexagonal regular $V-ABCDEF$, en el cual $AB = 6\text{cm}$, $BV = 12\text{cm}$. calcule el volumen del sólido $V-BCDE$.

A) 250cm^3 B) 312cm^3 C) 400cm^3
D) 162cm^3 E) 200cm^3

72. En un exaedro regular $ABCD-EFGH$ su diagonal mide $6\sqrt{3}u$ en $\overline{EH}$ se ubica el punto M . Calcule el volumen de la pirámide $D-MFG$.

A) $12u^3$ B) $24u^3$ C) $36u^3$
D) $64u^3$ E) $72u^3$

73. Se tiene una pirámide cuadrangular regular $V-ABCD$, donde las caras laterales son regiones equiláteras, M es punto medio de $\overline{VC}$. Si el área de la superficie total de la pirámide es $4(\sqrt{3} + 1)u^2$. Calcule el volumen de la pirámide $D-MFG$.

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 2
D) $\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{2}$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

74. En una pirámide de base rectangular el pie de su altura es el punto de intersección de las diagonales, el área de la cara DVC es $5u^2$, $AD=6u$ y el diedro que determina la cara AVB y la base mide 53° . Calcule el volumen de la pirámide.
- A) $16u^3$ B) $15u^3$
 C) $12u^3$
 D) $17u^2$ E) $18u^2$
75. Dado un pirámide cuadrangular regular V-ABCD', el área de una cara lateral es la tercera parte del área de la base y el perímetro de dicha base es 24m. Calcule el volumen de la pirámide.
- A) $10\sqrt{7}m^3$ B) $12\sqrt{7}m^3$
 C) $13\sqrt{7}m^3$
 D) $15\sqrt{7}m^3$ E) $16\sqrt{7}m^3$
76. En un prisma cuadrangular regular, un plano secante a dicho prisma paralelo a las bases divide al prisma en otros dos de igual volumen. Calcule la razón entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide cuya base es la sección determinada por el plano secante en el prisma y su vértice pertenece a una de las bases del prisma.
- A) 6 B) 7
 C) 5
 D) 8 E) 9
77. En un prisma regular, su número total de aristas es A, entonces el número total de caras es:
- A) $\frac{A}{4} + 3$ B) $\frac{A}{2} + 1$ C) $\frac{A}{2} + 2$
 D) $\frac{A}{3} + 2$ E) $\frac{A}{3} + 3$
78. En un hexaedro regular cuya arista mide 4m. Determina la longitud del segmento que une un vértice y el centro de la cara opuesta (en m).
- A) $2\sqrt{6}$ B) $\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{6}$
 D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
79. La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo circunscrito a una circunferencia que determina sobre la hipotenusa dos segmentos de 6 y 4. Si la arista lateral mide 10, entonces el volumen del prisma es:
- A) 150 B) 180 C) 210
 D) 240 E) 250
80. En un cuadrado ABCD, por A y C se trazan perpendiculares $\overline{AE}$ y $\overline{CF}$ al plano del cuadrado tal que $AE=4$, $CF=6$ y $AD=3\sqrt{2}$. Calcule el volumen del sólido F-BED.
- A) 25 B) 26 C) 28
 D) 30 E) 36

81. Las bases de un tronco de pirámide regular triangular están circunscritas a circunferencias cuyos radios miden $\sqrt{3}$ y $2\sqrt{3}$. Si las caras laterales son circunscriptibles, calcule el área de la superficie lateral de este sólido.

A) $81\sqrt{5}$ B) $162\sqrt{2}$ C) $84\sqrt{5}$
D) $72\sqrt{5}$ E) $41\sqrt{5}$

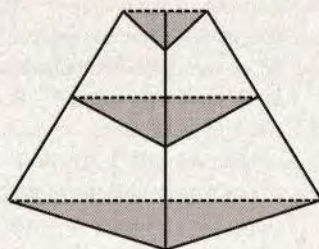
82. En un tronco de pirámide regular de base cuadrangular ABCD - EFGH, la $m \angle FHD = 45^\circ$. Halle la razón entre el área de la región trapezoidal BDHF y el área de la superficie lateral de dicho tronco.

A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

83. En un tronco de pirámide regular de base cuadrangular ABCD - EFGH, si $m \angle BFE = 60^\circ$ y $m \angle FHD = 45^\circ$. Calcule la razón entre el área de la región BDHF y el área de la superficie lateral del tronco.

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

84. En la figura mostrada, las áreas de las bases de un tronco de pirámide son S_1 y S_2 ($S_1 < S_2$). Entonces, el área de la sección transversal que dista m de la base menor y n de la base mayor es:



$$\left(\frac{n\sqrt{S_1} + n\sqrt{S_2}}{m+n} \right)^2$$

$$\left(\frac{n\sqrt{S_1} + m\sqrt{S_2}}{m+n} \right)^2$$

$$\left(\frac{n\sqrt{S_1} - m\sqrt{S_2}}{m+n} \right)^2$$

$$\left(\frac{m\sqrt{S_1} + n\sqrt{S_2}}{m-n} \right)^2$$

$$\left(\frac{m\sqrt{S_1} + m\sqrt{S_2}}{n-m} \right)^2$$

85. Una pirámide triangular se intersecta con un plano en dos poliedros. Si el plano secante divide a las aristas que convergen en un vértice de la pirámide en dos segmentos cuyas longitudes están en la relación $1 \div 2$, $1 \div 2$ y $2 \div 1$, entonces la razón entre los volúmenes de los sólidos que limitan los poliedros es:

A) $\frac{25}{2}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{27}{4}$
D) $\frac{27}{5}$ E) $\frac{25}{9}$

86. Se tiene una pirámide P-ABCD de base paralelogramática de modo que $\overline{PD}$ es perpendicular al plano (ABC). Se ubican los puntos E, F y G en las aristas $\overline{PA}$; $\overline{BP}$ y $\overline{PC}$ de modo que $PE=EA$; $PF=FB$ y $PG=3GC$. Si el volumen de la pirámide P-ABCD es V, entonces el volumen de la pirámide de vértice P y limitada por la pirámide original y el plano EFG es:

- A) $\frac{15}{64}V$ B) $\frac{15}{32}V$ C) $\frac{17}{32}V$
D) $\frac{19}{64}V$ E) $\frac{2}{35}V$

87. En una pirámide V-ABC de volumen V, se ubican los puntos M y D en $\overline{AV}$ y $\overline{VC}$ de manera que $AM=MV$, $VD=2DC$ calcule el volumen del tronco de pirámide MDABC.

- A) $\frac{2}{3}V$ B) $\frac{1}{2}V$ C) $\frac{2}{9}V$
D) $\frac{1}{3}V$ E) $\frac{3}{5}V$

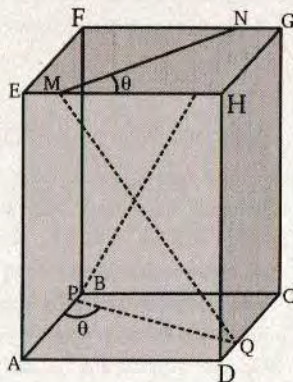
88. En un hexaedro regular ABCD-EFGH cuya arista mide 6u, calcule el volumen del poliedro cuyos vértices son H, F y los baricentros de las regiones EBD y HFC.

- A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 30

89. Se tiene el prisma triangular regular ABC-DEF, si $\sqrt{2}(AB) = BE$, calcule la medida del ángulo entre $\overline{AE}$ y $\overline{BF}$.

- A) 30° B) 80° C) 60°
D) 150° E) 100°

90. En el prisma regular ABCD-EFGH, $MN=a$, $MQ=b$, $NP=c$, la altura del prisma es numéricamente igual al coseno del ángulo entre $\overline{NP}$ y $\overline{MQ}$. Calcule el volumen del prisma.

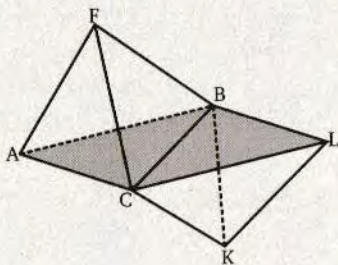


- A) $a^2 \frac{(b^2 + c^2 - 2a^2)}{2bc} \sin^2 \theta$
B) $a^2 \frac{(b^2 + 2c^2 - 2a^2)}{2bc} \sin^2 \theta$
C) $a^2 \frac{(b^2 + c^2 - 2a^2)}{bc} \sin^2 \theta$
D) $a^2 \frac{(b^2 + c^2 - 2a^2)}{2bc} \sin \theta$
E) $a^2 \frac{(2b^2 + c^2 - 2a^2)}{2bc} \sin^2 \theta$

91. En un cubo ABCD-EFGH, se trazan las perpendiculares $\overline{AM}$, $\overline{BN}$, $\overline{CP}$ y $\overline{DQ}$ a $\overline{EC}$, $\overline{FD}$, $\overline{GA}$ y $\overline{HB}$ respectivamente M, N, P y Q pertenece a $\overline{EC}$, $\overline{FD}$, $\overline{GA}$ y $\overline{HB}$ respectivamente, calcule la razón de volúmenes entre el cubo y el sólido MNPQ-ABCD.

- A) $\frac{26}{81}$ B) $\frac{35}{81}$ C) $\frac{16}{81}$
D) $\frac{36}{64}$ E) $\frac{17}{81}$

92. Del gráfico se muestran dos tetraedros regulares, tal que ABLC se encuentra en un plano y $AV = 15$ cm, calcule LV.



- A) $15\sqrt{3}$ cm B) $15\sqrt{2}$ cm C) 20cm
D) 30cm E) $10\sqrt{5}$ cm
93. Se tiene un hexaedro regular ABCD-EFGH luego se ubican los puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ que son M, N, P y Q respectivamente si $AB = 4$, calcule el volumen del sólido EMQ-GNP.

- A) $64/3$ B) $32/3$ C) $16/3$
D) $8/3$ E) $128/3$

94. Se tiene un paralelepípedo rectangular ABCD-EFGH, la sección plana determinada por $\overline{EH}$ y el centro de la cara BCGF tiene de área 40, si el diedro entre el plano secante y EFGH mide 37° , $CG=6$ y $GH=4$, calcule la razón de volúmenes de los sólidos determinados.

- A) $1/3$ B) $2/3$ C) $2/5$
D) $3/4$ E) $1/6$

95. Se tiene un prisma hexagonal regular ABCDEF-AB'C'C'D'E'F', el ángulo entre $\overline{BE'}$ y $\overline{AB'}$ mide $127^\circ/2$ si, $AD = 2\sqrt{5}$, calcule el volumen del prisma.

- A) $12\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$
D) $15\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

96. El volumen de un hexaedro regular ABCD-EFGH es V, con centro en E y radio $\overline{EB}$ se traza un arco de circunferencia que intersecta a $\overline{CH}$ en Q, calcule el volumen de la pirámide D-ABQ.

- A) $\frac{V}{6}(2 - \sqrt{2})$
B) $\frac{V}{3}(4 - \sqrt{2})$
C) $\frac{V}{6}(2 + \sqrt{2})$
D) $\frac{V}{12}(2 + \sqrt{2})$
E) $\frac{V}{12}(2 - \sqrt{2})$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

97. En la cara BFGC de un hexaedro regular ABCD-EFGH se ubican un punto P, tal que $m\angle APC = 90^\circ$, $PF=AD=8u$. Calcule el volumen de la pirámide P-ABCD.

A) $\frac{1024}{15}$ B) $\frac{1001}{15}$ C) $\frac{1026}{5}$
 D) $\frac{2001}{16}$ E) $\frac{2003}{15}$

98. En el tetraedro O-ABC, los triángulos ABC y BOC son equiláteros cuyo lado mide 6u, si $OA=4$, calcule el volumen de dicho sólido.

A) $\sqrt{23}$ B) $2\sqrt{23}$ C) $3\sqrt{23}$
 D) $4\sqrt{23}$ E) $5\sqrt{23}$

99. En una pirámide cuadrangular regular V-ABCD, en $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se ubican los puntos P y Q respectivamente tal que $\overline{PQ}$ contiene al centro de la base y las prolongaciones de $\overline{PQ}$ y $\overline{BC}$ se intersecan en R, si $QC=3$, $VR=4\sqrt{34}$ y las áreas de las regiones AVQ y VQR están en la razón de 2 a 3, calcule el volumen de V-ABCD.

A) $256\sqrt{3}$ B) $56\sqrt{3}$
 C) $60\sqrt{3}$
 D) $\frac{256}{3}\sqrt{17}$ E) $\frac{256}{5}\sqrt{17}$

100. Se tiene una pirámide triangular regular V-ABC, donde $VA=AB$. Sea O centro de la esfera inscrita en la pirámide y M punto medio de la altura $\overline{VH}$ de la pirámide. Calcule la razón de volúmenes de las pirámides O-VBC y M-ABC.

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$
 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{2}$

**CLAVES**

1	A
2	B
3	C
4	C
5	B
6	B
7	D
8	E
9	B
10	B
11	B
12	C
13	D
14	A
15	C
16	D
17	B
18	A
19	D
20	A
21	E
22	E
23	A
24	E
25	C

26	E
27	A
28	B
29	A
30	E
31	A
32	B
33	A
34	A
35	C
36	A
37	D
38	D
39	A
40	C
41	C
42	B
43	D
44	E
45	B
46	E
47	C
48	A
49	C
50	B

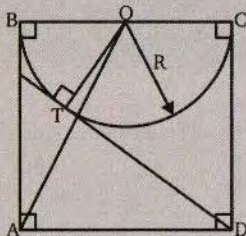
51	D
52	D
53	C
54	E
55	E
56	B
57	B
58	C
59	E
60	B
61	C
62	C
63	D
64	D
65	A
66	A
67	B
68	A
69	A
70	B
71	D
72	C
73	D
74	A
75	B

76	A
77	D
78	A
79	D
80	D
81	B
82	B
83	C
84	B
85	A
86	A
87	A
88	D
89	C
90	A
91	A
92	B
93	A
94	A
95	A
96	E
97	A
98	D
99	D
100	E

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNI - UNMSM

UNI - 2009 - I

PROBLEMA 01: En la figura mostrada ABCD es un cuadrado de lado $2R$, además BC es diámetro de la semicircunferencia de centro O y radio de longitud R . Si T es un punto de tangencia entonces $m\angle TOA$ es:



A) 7,5

B) 8

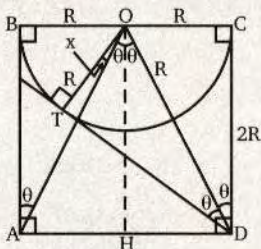
C) 10

D) 10,5

E) 12,5

Resolución:

En el gráfico del enunciado:

 $\overline{BC}$ es diámetro de circunferencia y OH es línea central.

Del gráfico se deduce:

$$\tan \theta = \frac{R}{2R} = 0,5$$

$$\Rightarrow \theta = 26,5^\circ \text{ aprox.} \quad \dots (*)$$

La línea OD es bisectriz del ángulo TDC, pues ésta pasa por el centro de circunferencia de tangencia de los lados del ángulo.

En el triángulo rectángulo TOD:

$$x + 2\theta + \theta = 90^\circ$$

$$x + 3\theta = 90^\circ$$

$$\text{De } (*): \quad x + 3(26,5^\circ) = 90^\circ$$

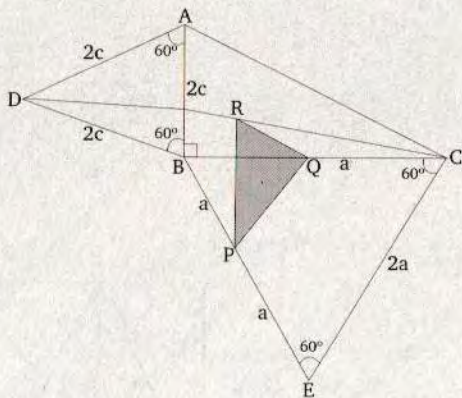
$$x = 10,5^\circ$$

Rpta.: D

PROBLEMA 02: ABC es un triángulo rectángulo. Exteriormente a los catetos se construyen, los triángulos equiláteros ABD y BEC. P, Q y R son puntos medios de $\overline{BE}$, $\overline{BC}$ y $\overline{DC}$ respectivamente. Si el área de la región triangular ABC es 32cm^2 , entonces el área de la región triangular PQR (en cm^2) es:

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 12
- E) 16

Resolución: Graficando según el enunciado del problema:



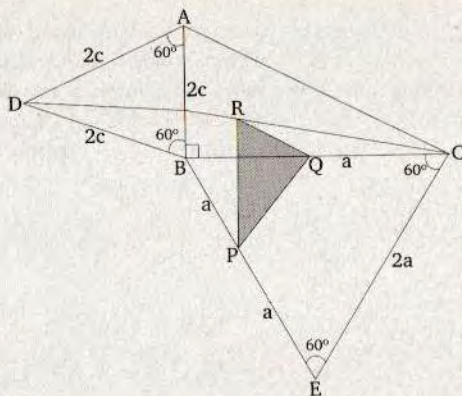
Dato : $S_{ABC} = 32\text{cm}^2$

$$\frac{1}{2}(2a)(2c) = 32\text{cm}^2$$
$$2ac = 32\text{cm}^2$$
$$\Rightarrow ac = 16\text{cm}^2 \qquad \dots(1)$$

Si proyectamos CB hasta T, se obtiene un ángulo de 30° en el vértice B. Como R y Q son puntos medios de $\overline{DC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente, entonces: $\overline{RQ} \parallel \overline{DB}$. Similarmente sucede con $\overline{QP}$ con respecto a $\overline{CB}$ y EB, donde $\overline{PQ} \parallel \overline{CE}$.

Como el triángulo BEC es propiudad al triángulo BQP, entonces:

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{BP}}{\overline{PQ}}$$
$$\frac{2a}{2a} = \frac{a}{PQ} \Rightarrow \overline{PQ} = a \qquad \dots(2)$$



También el triángulo DCB es proporcional RCQ, entonces:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{CQ}}{\overline{RQ}}$$

$$\frac{2a}{2a} = \frac{a}{\overline{RQ}} \Rightarrow \overline{RQ} = c \quad \dots(3)$$

El área de la región triangular PQR es un triángulo rectángulo:

$$S_{PQR} = \frac{1}{2} (\overline{RQ} \times \overline{PQ})$$

$$= \frac{1}{2} (c \times a)$$

$$\text{De(1):} \quad = \frac{1}{2} (16\text{cm}^2)$$

$$= 8\text{cm}^2$$

Rpta.: C

PROBLEMA 03:

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. Si dos planos son perpendiculares a dos rectas diferentes que se intersectan, entonces dichos planos también se intersectan.
- II. El lugar geométrico que determinan los pies de los segundos oblicuos de longitudes iguales trazadas desde un punto exterior a un plano es una circunferencia.
- III. Toda recta es perpendicular a un plano, si es ortogonal a dos rectas diferentes no paralelas contenidas en dicho plano.

A) VVF

B) VFV

C) FFF

D) VVV

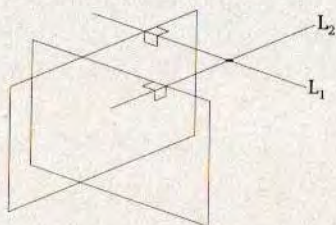
E) FFF

Resolución:

Para determinar la veracidad o falsedad de las proposiciones:

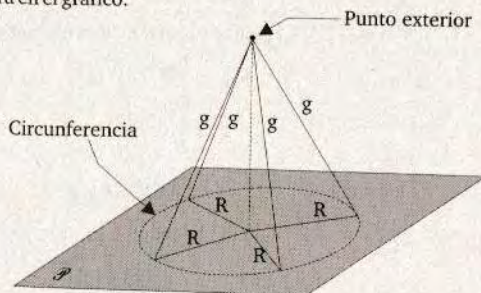
- I. Si dos planos perpendiculares a dos rectas diferentes que se intersectan, entonces dichos planos también se intersectan.

Si dos planos son perpendiculares a dos rectas que se intersectan entonces necesariamente los dos planos también se intersectan.



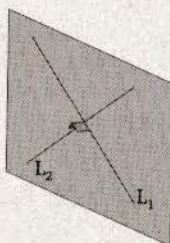
- II. El lugar geométrico que determinan los pies de los segmentos oblicuos, de longitudes iguales, trazadas desde un punto exterior a un plano, es una circunferencia.

Si los segmentos oblicuos, inclinados con respecto al plano, son iguales, entonces los pies de estos describen una circunferencia; tal como se muestra en el gráfico.



- III. Toda recta es perpendicular a un plano, si es ortogonal a dos rectas diferentes no paralelas contenidas en dicho plano.

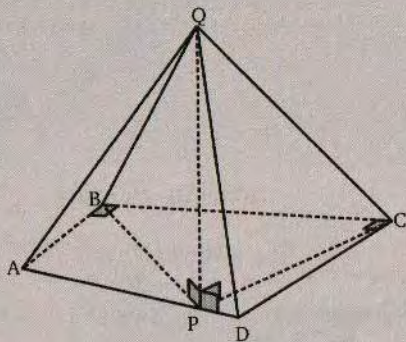
En un plano perpendicular a una recta L , se puede trazar infinitos de rectas que sean paralelas.



Rpta.: D

PROBLEMA 04:

En la figura mostrada, ABCD es un trapecio rectángulo tal que $CD = BC = 2AB = 2a$. Si PQ es perpendicular al plano del trapecio tal que $PQ = a$ y los volúmenes de las pirámides Q-ABP y Q-CDP son iguales, calcule el volumen de la pirámide Q-BCP.



A) $\frac{1}{2}a^3$

B) $\frac{3}{8}a^3$

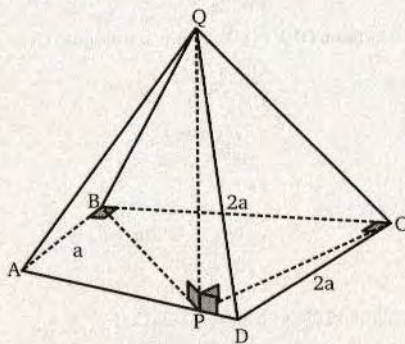
C) $\frac{4}{5}a^3$

D) $\frac{7}{8}a^3$

E) $\frac{5}{9}a^3$

Resolución:

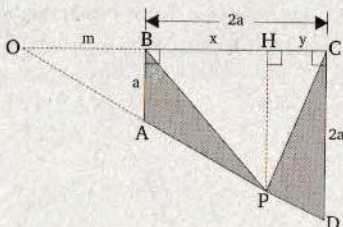
En el gráfico dado en el enunciado:



Por condición del enunciado: los volúmenes de las pirámides Q-ABP y Q-CDP son iguales. Si estas pirámides mencionadas son iguales, entonces tienen sus alturas iguales.

$$\text{Altura: } \overline{QP} = a$$

Si las alturas son iguales entonces el área de sus bases son iguales veamos:



$$\frac{1}{2}(\overline{CD})(\overline{CH}) = 1(\overline{BA})(\overline{BH})$$

$$(2a)(y) = (a)(x)$$

$$x = 2y$$

Del gráfico:

$$x + y = 2a$$

$$\Rightarrow y = \frac{2a}{3} ; \quad x = 4a \quad \dots (2)$$

El triángulo OHP es semejante al triángulo OCD, entonces:

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CD}}$$

$$\frac{m}{a} = \frac{m+2a}{2a}$$

$$\Rightarrow m = 2a \quad \dots (3)$$

El triángulo OHP es semejante al triángulo OCD, entonces:

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{HP}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CD}}$$

$$\frac{m+x}{\overline{HP}} = \frac{m+2a}{2a}$$

De (2)y (3);

$$\frac{3}{\overline{HP}} = \frac{2a+2a}{2a}$$

$$\Rightarrow \overline{HP} = \frac{5a}{3} \quad \dots (4)$$

El volumen de la pirámide Q-BPC:

$$V_{Q-BPC} = \frac{1}{3} S_{BPC} (\overline{QP})$$

De (1)y (4)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (2a) \left(\frac{5}{3} a \right) \right] a \\ &= \frac{5}{9} a^3 \end{aligned}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 05: La altura de un prisma recto mide 1μ , su base es una región limitada por un rombo cuyo lado mide 2μ y su ángulo agudo mide 360° . Por un lado de la base se traza un plano que intersecta al prisma y está inclinado un ángulo de 60° con respecto de la base, luego el área de la sección (en μ^2) que resulta en el prisma es:

A) $2\sqrt{3}$

B) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

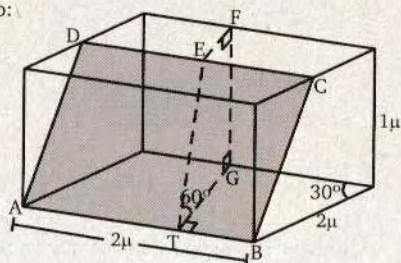
C) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

D) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

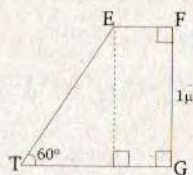
E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Resolución:

Del enunciado:



El cuadrilátero TEFG:

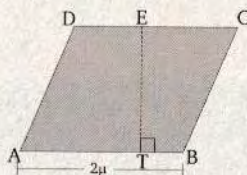


$$\text{Sen} 60^\circ = \frac{1\mu}{ET}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1\mu}{ET}$$

$$\Rightarrow ET = \frac{2}{\sqrt{3}}\mu$$

El área de la sección ABCD:



$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \overline{AB} \times \overline{ET} \\ &= 2\mu \times \frac{2}{\sqrt{3}}\mu \\ &= \frac{4}{\sqrt{3}}\mu^2 \end{aligned}$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 10

PROBLEMA 06: Se tiene un polígono convexo de 8 lados circunscrito a una circunferencia, si las longitudes de sus lados están en progresión geométrica de razón r . Determine $r^2 + 3r$

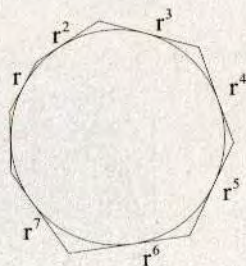
A) 1

B) 4

C) 10

D) 18

E) 28

Resolución:Los 8 lados del polígono: ; r ; r^2 ;...; r^7 

Aplicando el teorema de Pitot. En un polígono, cuyo número de lados es múltiplo de 4 y está exscrito en una circunferencia, se cumple:

$$r^0 + r^2 + r^4 + r^6 = r^1 + r^3 + r^5 + r^7$$

$$1 + r^2 + r^4 + r^6 = (r + r^3 + r^5 + r^7)$$

$$1 + r^2 + r^4 + r^6 = r(1 + r^2 + r^4 + r^6)$$

$$\Rightarrow r = 1$$

Finalmente calculamos la expresión pedida.

$$r^3 + 3r = (1)^2 + 3(1) = 4$$

Rpta.: B

PROBLEMA 07: Se da un triángulo ABC cuyos lados AB y BC miden 8 m y 6 m respectivamente. Sobre AB se toma el punto D. Si $m\angle BAC = m\angle BCD$. Entonces AD es:

A) 3,5

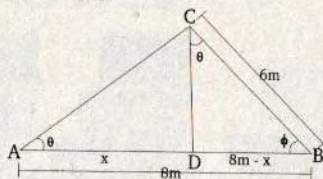
B) 4

C) 4,5

D) 5

E) 5,5

Según el enunciado se tiene:



El triángulo ABC es semejante al triángulo CBD:

$$\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB}$$

$$\frac{8m}{6m} = \frac{6m}{8m - x} \Rightarrow x = 3,5m$$

Rpta.: A

LIBROS

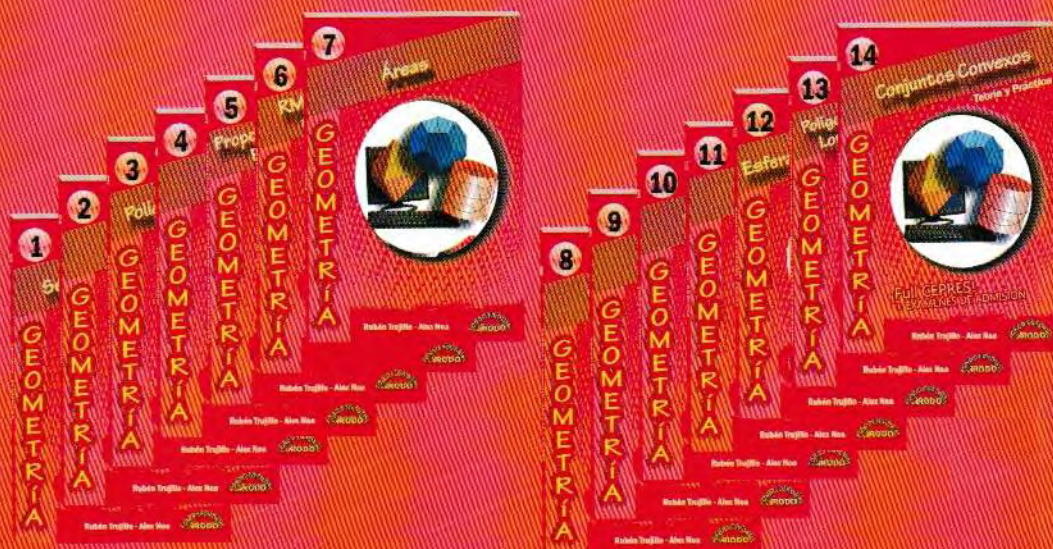


RESÚMENES TEÓRICOS



TEMAS SELECTOS





T. S.	TEMA
1	Segmentos - Ángulos
2	Triángulos (Propiedades, Clasificación, Congruencia y Aplic.)
3	Cuadriláteros - Polígonos
4	Circunferencia (Propiedades, ángulos de la circunferencia, cuadriláteros inscrito e inscriptible, posiciones relativas)
5	Proporcionalidad y Semejanza Triángulos - R. M. Circunferencia
6	Relaciones Métricas en Triángulos y en Cuadriláteros
7	Áreas (Triangulares - Cuadrangulares y Circulares)
8	Rectas y Planos - Diedros y Triedros
9	Poliedros y Poliedros Regulares
10	Prisma - Pirámide
11	Cilindro - Cono
12	Esfera - Teorema de Pappus
13	Polígonos Regulares - Simetría - Longitud de la Circunferencia
14	Conjuntos Convexos

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104



/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com